

Požiadavky k štátnej skúške
pre študentov dvojročného rozširujúceho štúdia učiteľstva matematiky
z MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY

Algebra

- **Zobrazenie** – injektívne, surjektívne a bijektívne zobrazenie, zložené zobrazenie, identita, inverzné zobrazenie.
- **Binárna relácia** – reflexívna, symetrická, tranzitívna a antisymetrická relácia, relácia ekvivalencie, rozklad množiny podľa ekvivalencie, reprezentant triedy, relácia čiastočného usporiadania.
- **Binárna operácia** – komutatívnosť, asociatívnosť, distributívnosť, neutrálny prvok, inverzné prvky, štruktúry s jednou operáciou, štruktúry s dvomi operáciami.
- **Polynómy jednej neurčitej nad oborom integrity** – korene polynómov, násobné korene, základná veta algebry.
- **Deliteľnosť v obore integrity \mathbb{Z}** – binárna relácia „delí“ na množine celých čísel, triviálne a vlastné delitele, prvočísla a zložené čísla, rozklad čísla na súčin prvočísel, delenie so zvyškom, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok, Euklidov algoritmus, kritériá deliteľnosti číslami 2 až 11.
- **Deliteľnosť polynómov v obore integrity $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$ a $\mathbb{R}[x]$** – deliteľnosť, delitele jednotky, triviálne a vlastné delitele, reducibilné a ireducibilné prvky, najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok, Euklidov algoritmus.
- **Vektorový (lineárny) priestor** – Definícia, lineárna kombinácia vektorov, lineárna závislosť vektorov, báza vektorového priestoru, dimenzia vektorového priestoru.
- **Determinanty** – definícia determinantu, Laplaceov rozvoj determinantu, Sarrusovo pravidlo, vlastnosti determinantu, výpočet determinantu, využitie determinantov (výpočet inverznej matice, Cramerovo pravidlo).

- **Matice** – definícia, hodnosť matice a jej výpočet, singulárne a regulárne matice a ich determinanty, jednotková, transponovaná a inverzná matica, operácie s maticami.
- **Sústava lineárnych rovníc v obore reálnych čísel** – homogénna sústava lineárnych rovníc, nehomogénna sústava lineárnych rovníc, Frobeniova veta, podpriestor riešení systému rovníc, metódy riešenia systému rovníc (Gaussova eliminačná metóda, Cramerovo pravidlo).
- **Lineárne zobrazenie** – definícia lineárneho zobrazenia, matica lineárneho zobrazenia, skladanie lineárnych zobrazení, inverzné lineárne zobrazenie, jadro a obraz lineárneho zobrazenia.

Logika a teória množín

- **Výroková logika** – základné pojmy výrokovej logiky (výrok, zložený výrok, logické spojky, výroková formula), de Morganove pravidlá, sémantika výrokovej logiky, tautológia, splniteľná formula.
- **Matematická veta a jej dôkaz** – priamy, nepriamy, sporom, dôkaz ekvivalencie, matematická indukcia, príklady.
- **Predikátová logika** – jazyk predikátovej logiky, formuly predikátovej logiky a ich negácie, základné tautológie predikátovej logiky, príklady.
- **Množiny a ich vlastnosti** – základné pojmy, operácie s množinami, vlastnosti množín, axiomatizácia teórie množín, ekvivalencia množín, rozklad množiny, príklady.
- **Mohutnosť množiny** – základné pojmy, operácie s kardinálnymi číslami, Cantorova veta, konečné a nekonečné množiny, spočítateľné a nespočítateľné množiny, príklady.
- **Usporiadané množiny** – čiastočné a úplné usporiadanie množiny, minimálny a prvý prvok množiny, maximálny a posledný prvok množiny, Haaseho diagram, príklady.

- **Afinný a euklidovský priestor** – Definícia a základné vlastnosti. Súradnicový systém, jeho definícia, sústava súradníc a zmena súradnicovej sústavy v rovine
- **Parametrické a neparametrické vyjadrenie podpriestorov v afinnej rovine a priestore** – parametrické a neparametrické vyjadrenie priamok a rovín, vzájomná poloha priamok a rovín.
- **Zväzky priamok a rovín** – definície, základné tvrdenia, súvis s riešeniami sústavy lineárnych rovníc.
- **Metrické vlastnosti lineárnych útvarov v euklidovskej rovine a priestore** – definícia a výpočet vzdialenosti dvoch podpriestorov, odchýlky priamok a rovín.
- **Konvexné množiny** – Definícia úsečky, polpriamky, polroviny a uhla. Analytické vyjadrenie.
- **Trojuholník a štvorsten** – Definície. Definícia obsahu trojuholníka, vzorce na výpočet obsahu a objemu štvorstena. Špeciálne typy trojuholníkov (rovnostranný, rovnoramenný, pravouhlý) a niektoré tvrdenia o nich. Pravidelný štvorsten.
- **Analytické vyjadrenie zhodnosti a podobnosti v euklidovskej rovine** – Rovnice zhodností a podobností v rovine. Klasifikácia zhodností s použitím samodružných bodov.
- **Zhodnosti v rovine syntetickou metódou** – definície a základné pojmy. Klasifikácia zhodností. Súhlasné a nesúhlasné zhodnosti. Skladanie osových súmerností.
- **Relácia zhodnosti na množine úsečiek (uhlov)** – Axiómy zhodnosti. Zhodnosť trojuholníkov. Trojuholníkové nerovnosti. Vety o zhodnosti trojuholníkov.
- **Uhly v euklidovskej rovine** – Definície. Uhly v n -uholníku (trojuholníku). Vnútorňý a vonkajší uhol n -uholníka. Susedné a vrcholové uhly. Uhol priamok, kolmé priamky.

- **Relácia rovnobežnosti na množine priamok** – Axiómy rovnobežnosti a jej dôsledky. Priečka priamok. Dostačujúce podmienky rovnobežnosti priamok. Súčet uhlov v trojuholníku.
- **Podobnosti v rovine syntetickou metódou** – definície a základné pojmy. Úmerné úsečky. Podobnosť trojuholníkov. Rovnoľahlosť, skladanie rovnoľahlostí.
- **Kružnica a jej charakteristické prvky** – definície a základné pojmy. Vzájomná poloha priamky a kružnice. Vzájomná poloha dvoch kružníc. Obvodový a stredový uhol prislúchajúci oblúku kružnice.
- **Rovnoľahlosť kružníc** – Vnútorňý a vonkajší stred rovnoľahlosti kružníc. Mongeova veta. Recipročné dvojice bodov kružníc. Konštrukcia kružnice dotýkajúcej sa dvoch daných kružníc.

Matematická analýza

- **Pojem funkcie** – definícia funkcie, graf funkcie, operácie s funkciami, zložená funkcia, supremum, infimum, ohraničenosť, monotónnosť, konvexnosť a konkávnosť funkcie; párna, nepárna, periodická, injektívna, surjektívna, inverzná funkcia.
- **Číselný rad** – základné pojmy a vlastnosti, súčet radu, konvergencia, absolútna konvergencia, kritériá konvergence (porovnávacie, D’Alembertovo, Cauchyho, Leibnitzovo), operácie s radmi. Súčet členov aritmetickej a geometrickej postupnosti.
- **Spojitosť funkcie** – definícia, základné vlastnosti, vlastnosti funkcií spojitých na uzavretom intervale. Spojitosť zloženej funkcie.
- **Limita funkcie** – definícia limity vo vlastnom a nevlastnom bode, jednostranné limity. Základné vlastnosti, vety o limitách funkcií. Vzťah limity a spojitosti funkcie.

- **Derivácia funkcie** – definícia derivácie a diferencovateľnosti, základné vlastnosti, geometrický význam derivácie, derivácia elementárnych funkcií, vyšetrovanie priebehu funkcie.
- **Vety o prírastku funkcie** – Rolleho, Lagrangeova a Cauchyho veta a ich použitie.
- **Elementárne funkcie** – konštantná, polynomickeá, lineárne lomená, goniometrické a inverzné ku goniometrickým funkciám, exponenciálna a logaritmická funkcia.
- **Funkcionálny rad** – definície a základné vlastnosti (bodová a rovnomerná konver-gencia), spojitosť a diferencovateľnosť, mocninný rad, základné vlastnosti, rozvoj do Taylorovho radu.
- **Postupnosť** – definícia postupnosti, konvergenca, vzťah medzi limitou postupnosti a limitou funkcie, ohraničenosť, operácie s postupnosťami, monotónna postupnosť, vybraná postupnosť. Aritmetická a geometrická postupnosť.
- **Primitívna funkcia (neurčitý integrál)** – motivácia zavedenia pojmu, primitívne funkcie k elementárnym funkciám, metódy hľadania primitívnych funkcií (substitučná metóda, metóda per partes), metódy nájdenia primitívnej funkcie k racionálnym, iracionálnym, goniometrickým, transcendentným funkciám.
- **Integrál (určitý integrál)** – definícia, závislosť na funkcií a intervale. Fundamentálna veta matematickej analýzy (Newton-Leibnitzova formula), neurčité integrály, základné metódy výpočtu integrálu.
- **Aplikácie integrálu** – aditivnosť a mediálnosť. Výpočet obsahov rovinných útvarov, objemov a povrchov rotačných telies a dĺžok kriviek.

Didaktika matematiky

Úlohou skúšaného/skúšanej je **predviesť ukážkové riešenie úlohy zo školskej matematiky pre žiacke publikum** (zdrojom sú maturitné testy z predchádzajúcich rokov), zaradiť ju do vhodného tematického celku a etapy poznávacieho procesu. Študent/študentka má ďalej **preukázať znalosť základných pojmov s úlohou súvisiaceho celku** (definície a vlastnosti) a analyzovať i vysvetliť ich použitie v kontexte riešenia danej úlohy spolu s didaktickým komentárom.

Pod termínmi *škola* a *školská matematika* sa v nasledovnom texte rozumejú všetky typy základných i stredných škôl a učivo z matematiky, ktoré je predmetom školských osnov.

Tematické okruhy úloh:

- **Prostriedky matematického vzdelávania** – didaktické princípy, metódy činnosti vo vyučovaní matematiky.
- **Plánovanie vo vyučovaní matematiky** – určovanie a konkretizácia učebných cieľov, požiadavky na ich formuláciu, tvorba časovo-tematických plánov, didaktická analýza tematických celkov.
- **Vytváranie matematických poznatkov** – definície, axiómy, matematické vety a ich dôkazy (priamo, nepriamo, sporom), indukcia, dedukcia, analógia, matematická indukcia.
- **Rozvíjanie pojmu čísla v školskej matematike** – predstavy pojmu číslo, zásady pri rozširovaní číselných množín, charakteristika číselných množín (celé, racionálne, iracionálne, reálne a komplexné čísla).
- **Výrokový počet** – výrok, pravdivostná hodnota výrokov, logické spojky (konjunkcia a disjunkcia, negácia výrokov), výroky a výrokové formy.
- **Relácie a operácie v školskej matematike** – karteziánsky súčin, binárne relácie (špeciálne) – usporiadanie a ekvivalencia) a unárne, binárne, ternárne operácie.

- **Zobrazenie v školskej matematike** – pojmy zobrazenie a funkcia, injektívne a bijektívne zobrazenia, definície a vlastnosti elementárnych funkcií, rôzne prístupy k zavedeniu pojmu funkcia v školskej matematike.
- **Využitie histórie matematiky vo vyučovaní** – paralely ontogenézy a fylogenézy v matematickom myslení.
- **Geometria v školskej matematike** – planimetria, stereometria, analytická a syntetická metóda v geometrii.
- **Geometria trojuholníka** – obsah trojuholníka a vzorce na výpočet obsahu, konštrukcia trojuholníka, Pytagorova a Euklidove vety.
- **Goniometrické funkcie** – funkcie \sin , \cos , tg , ich zavádzanie a súčtové vzorce.
- **Konštrukčné úlohy v geometrii** – rozbor, konštrukcia, dôkaz a diskusia, množiny bodov daných vlastností.
- **Kombinatorika v školskej matematike** – definície základných pojmov, pravidlo súčtu a súčinu, prístupy k vyučovaniu, prvky teórie grafov vo vyučovaní.
- **Rovnice a nerovnice** – riešenie rovníc a nerovníc (lineárne, kvadratické, s absolútnou hodnotou a s parametrami).