

## Rozhovor s prof. RNDr. Andrejom Pázmanom, DrSc. o poslaní matematiky v jeho živote o názoroch na vzdelávanie v matematike

1. **Ako a prečo ste sa stali matematikom? Aká bola vaša cesta k povolaniu matematika, resp. učiteľa matematiky na vysokej škole? Čo bol zlomový moment, že ste sa z fyzika stali matematikom?**

Celý môj životopis je vlastne príbehom o tom, ako som sa z fyzika postupne stal matematikom. Samozrejme, matematika ma vždy priťahovala, hoci fyzika mi bola o niečo bližšia. Ak sa dá hovoriť o zlomovom momente, tak to bol prechod na novo vytvárajúci sa Ústav teórie merania SAV, ktorý potreboval budovať teoretickú základňu. Cez toto pracovisko som sa dostal do kontaktu s matematickým výskumom v Prahe, kde sa moja orientácia na matematiku už naplno potvrdila.

Pod vplyvom pražského pracoviska, kde som absolvoval časť aspirantúry a hlavne dostal informácie o dobrých monografiách z teórie miery a integrálu a o matematických základoch štatistiky, postupne som sa preorientoval na pravdepodobnosť a matematickú štatistiku. Uvedomoval som si, že nechcem byť „čistým“ matematikom v zmysle tradičných teoretických disciplín, ako je napríklad teória čísel. Hľadal som uplatnenie matematiky v praxi – v meraní, vo fyzike, vo vedeckých experimentoch. Zaujímala ma matematika aplikovaná – taká, ktorá dokáže vysvetľovať a zlepšovať reálne experimenty a merania.

Treba poznamenať, že v čase mojich štúdií bola štatistika považovaná za dosť podradnú disciplínu. Na fakulte mi ju neprednášali, okrem kombinatorickej pravdepodobnosti t. j. jednoduchých úloh typu „vyťahovanie guľôčok z urny“. Napriek tomu pre špecialistov vo vyšších ročníkoch prednášal už vtedy matematickú štatistiku profesor Anton Huťa, hlavným zameraním numerický matematik, ktorý sa so štatistikou oboznámil v Prahe ako súčasť štúdia poisťovníctva. Založil aj prvú slovenskú katedru tohoto zamerania. Ja som však na jeho poňatie štatistiky nikdy nenadväzoval. Neskoršie po ňom prevzal nakrátko katedru štatistiky profesor Kotzig, ktorý výuku značne modernizoval. Avšak po takmer kolektívnej emigrácii členov katedry v roku 1968 katedra značne osirela. Prevzal ju napokon profesor Tibor Neubrunn, špecialista na teóriu miery a prednášky do značnej miery zabezpečovali vtedy externisti, medzi ktorých som už patril aj ja. V tej dobe mali na mňa hlavný vplyv dnešní profesor Lubomír Kubáček, ktorý ma upozornil na nesmierny význam lineárnych regresných modelov a maticovej algebry. A samozrejme aj neskorší profesor Beloslav Riečan svojimi aktivitami pre popularizáciu matematiky a profesor Tibor Neubrunn pre jeho múdrosť a ľudskosť.

Dá sa povedať, že matematika si ma našla sama – prostredníctvom okolností, ľudí a možností, ktoré ma postupne priviedli k odboru, ktorý sa stal mojím celoživotným povolaním.

## 2. **Doplnil by som otázku, ako sa začala vyvíjať matematická štatistika na Slovensku?**

Táto otázka je len pokračovaním prvej otázky, a teda možno uviesť len niektoré spresnenia. Ako som už hovoril, v čase, keď som študoval, teda v rokoch 1956 – 1961, bola štatistika na Slovensku, najmä v Bratislave, na veľmi nízkej úrovni – prakticky neexistovala. Zásadný obrat nastal príchodom profesora RNDr. Antona Kotziga<sup>7</sup>, ktorý v rokoch 1952 – 1958 pôsobil ako rektor Vysokej školy ekonomickej, dnešnej Ekonomickej univerzity v Bratislave. Zaujímavosťou je, že na jej predchodkyni, Slovenskej vysokej škole obchodnej, bol v rokoch 1948 – 1949 rektorom aj môj otec, profesor Július Pázman.

Prof. Kotzig bol mimoriadne rozhladený a moderný matematik. Uvedomoval si, že štatistika je nielen nástroj, ale aj významná matematická disciplína so širokým uplatnením. Práve jeho pôsobením sa na fakulte začala rozvíjať seriózna štatistika. Odlišoval sa od prof. Antona Huťu tým, že vychádzal z americkej štatistickej tradície, ktorá po druhej svetovej vojne výrazne zasahovala do ekonómie a využívala nové smery, ako napríklad teóriu hier. V USA bol po 2. svetovej vojne štatistik viac ako matematik. Pod vplyvom týchto ideí viedol prof. Kotzig na fakulte cyklus prednášok a seminárov z teórie hier a rozhodovania, v čom mu pomáhal vtedajší asistent, neskôr výborný matematik Pavol Rinčo. Bolo to skutočne moderné poňatie, ktoré presahovalo rámec vtedajšej výučby matematiky. Žiaľ, tieto začiatky prerušili politické udalosti roku 1968. Mnohí pracovníci katedry, vrátane profesora Kotziga, emigrovali do zahraničia. Kotzig neskôr pôsobil na University of Calgary, v Centre de recherches mathématiques a nakoniec na University of Montreal, kde zostal až do konca svojho života v roku 1991.

Po ich odchode nastalo na fakulte vákuum – zrazu nemal kto učiť štatistiku. Približne v tom čase som sa vrátil z Dubny a bol som oslovený, aby som z Ústavu teórie merania SAV prebral výučbu predmetu Teória hier a štatistického rozhodovania na fakulte. Spolu so mnou pôsobil externe aj prof. Beloslav Riečan, ktorý v roku 1972 prešiel na fakultu na plný úväzok. Ďalej externými prednášateľmi z Ústavu teórie merania boli prof. Lubomír Kubáček a doc. František Štulajter. Kubáček navyše organizoval na fakulte zahraničné prednášky prof. Istvana Vinczeho z Budapešti. Významným prínosom bol aj prof. Tibor Neubrunn<sup>8</sup>, ktorý pôvodne pôsobil na Katedre matematickej analýzy

---

<sup>7</sup> *Poznámka editora:* Prof. RNDr. Anton Kotzig, DrSc. bol slovensko-kanadský matematik (1919 – 1991). V roku 1959 sa stal vedúcim novovytvoreného Matematického ústavu SAV a práve odtiaľ v roku 1965 prišiel na Prírodovedeckú fakultu UK, kde bol do roku 1969 vedúcim Katedry aplikovanej matematiky, dokonca jeden rok bol aj dekanom tejto fakulty. Ako matematik sa venoval teórií grafov, kde urobil veľký prielom vo vlastnostiach polyedrov a známa je Kotzigova veta. Prof. Kotzig publikoval množstvo inšpirujúcich otvorených problémov. Jedným z nich je dosiaľ nerozriešená Ringelova-Kotzigova hypotéza. V roku 1969 emigroval do Kanady.

<sup>8</sup> *Poznámka editora:* Prof. RNDr. Tibor Neubrunn, DrSc. bol významný slovenský matematik (1929 – 1990). Mal veľký talent, ktorý prejavil aj tým, že sa pustil do oblastí matematiky, ktoré sa u nás dovtedy nerozvíjali. Na Slovensku inicioval štúdium kvantových logík, pričom slovenská škola v tejto oblasti neskôr získala medzinárodné uznanie. Založil a viedol seminár z teórie multifunkcií. Dlhé roky

a od roku 1979 viedol Katedru teórie pravdepodobnosti a matematickej štatistiky. Práve jemu sa podarilo vybudovať kvalitné pracovisko, ktoré sa stalo centrom modernej matematickej štatistiky na Slovensku. Po jeho predčasnej smrti v roku 1990 som vedenie katedry prevzal ja.

V nasledujúcich rokoch sa situácia výrazne zmenila. Matematická štatistika sa postupne stala uznávanou disciplínou a plnohodnotnou súčasťou matematiky. Dnes je súčasťou rozsiahlej Katedry aplikovanej matematiky a štatistiky, ktorá nadväzuje aj na tradíciu štatistických výskumov a výučby. Vďaka prof. Pavlovi Brunovskému tu vznikol nový študijný program Ekonomická a finančná matematika, inšpirovaný jeho skúsenosťami z amerických univerzít. Práve nedávno profesorská miesto na štatistike tu zaujal Radoslav Harman, môj bývalý doktorand a pokračovateľ môjho výskumu z optimálneho designu experimentu.

Dá sa teda povedať, že postavenie matematickej štatistiky sa úplne zmenilo. Kým v čase mojich štúdií prakticky neexistovala, dnes patrí medzi študentsky úspešné oblasti matematiky. Ja som si svoju cestu zvolil z iných dôvodov – stále som sa cítil „trochu“ fyzikom a hľadal som niečo, čo by bolo pre fyziku užitočné. V Dubne som pochopil, že matematická štatistika môže byť pre fyziku mimoriadne cenná. To bola moja najväčšia motivácia – a dnes už viem, že som sa nemýlil.

### 3. **Ktoré vedecké výsledky považujete za najvýznamnejšie, či už z osobného hľadiska, medzinárodného ohlasu alebo aplikáciách vo vede?**

Jedna vec je, ktoré výsledky si ja osobne najviac cením a druhá, ktoré mali najväčší ohlas vo vedeckej komunite. Najviac si vážim, že sa mi podarilo nájsť vzorec pre hustotu pravdepodobnosti v nelineárnej regresii pre neasymptotické prípady. To znamená nie pre ideálnu situáciu s nekonečne veľkým počtom meraní, kde sa mnohé veci zjednodušujú, ale pre reálny, konečný počet meraní. Podarilo sa mi to pomocou diferenciálnej geometrie, nie príliš zložitej, ale klasickej Riemannovskej geometrie. Spočiatku to vyvolal mimoriadny ohlas – štatistici ho považovali za veľký krok dopredu. Na akadémii vied vo vtedajšom Nemeckej demokratickej republike (NDR) sa o niečo podobné pokúšali, ale neúspešne a prehlasovali, že som sa určite pomýlil. Tak som pôvodný dôkaz v Kybernetike [23] doplnil alternatívnym dôkazom publikovaným v časopise *Statistics* [27]. Neskôr som uvažoval alternatívne situácie, napr. v modeli s nulovým 4-rozmerným Riemannovým tenzorom krivosti, resp. v situácii, keď existuje apriórne rozdelenie pravdepodobnosti neznámych parametrov, atď. Tieto výsledky vyvolali pozvanie do Francúzska ku Lucovi Pronzatovi, pozvanie do Versailles na mnohonasobnú spoluprácu v štatistickom výskume a zaujali aj Henryho Wynna v Anglicku<sup>9</sup>.

Časom však ohlas postupne slabol. Problém nelineárnych modelov som spracoval aj vo svojej anglickej monografii [5], ktorá mala po vydaní veľký medzinárodný ohlas.

---

spolupracoval s prof. Šalátom pri vedení seminára z teórie reálnych funkcií a vytvoril tradíciu letných škôl tejto disciplíny, ktoré sa stali významnými medzinárodnými podujatiami.

<sup>9</sup> *Poznámka editora:* o týchto spoluprákach je napísané v odpovediach na ďalšie otázky.

Postupne sa však záujem o ňu zmenšil – na rozdiel od mojej práce v oblasti design experimentu [3], ktorá je citovaná dodnes. Napriek tomu považujem práve tento výsledok za svoj najcennejší. Pokles záujmu vznikol asi preto, že pokrok v počítačoch umožnil simulovať túto hustotu pravdepodobnosti dostatočne presne numericky. Okamžite vzniká otázka, čo čaká matematiku po nástupe umelej inteligencie.

Druhý pohľad, možno objektívnejší, súvisí s článkami, ktoré som publikoval v renomovaných časopisoch. Počas pôsobenia v Dubne som si úspechy cenil podľa toho, či boli užitočné fyzikom. Nemali síce veľkú citačnú odozvu, ale pre mňa bolo dôležité, že išlo o matematiku, ktorú iné odbory potrebovali – teda o matematiku zmysluplnú a prínosnú. Neskôr som si viac vážil svoje výsledky, ktoré vyšli v špičkových matematických časopisoch. Jedným z nich je americký časopis *Annals of Statistics*, kde som publikoval dva kratšie články [11], [18] a najmä ten prvý má pre mňa osobitný význam. Tretí článok v *Annals of Statistics* som publikoval omnoho neskoršie spoločne s Lucom Pronzatom [90].

Vznik prvého z týchto článkov sa spája so zaujímavým príbehom. V tom čase som sa intenzívne zaoberal teóriou optimálneho design experimentu, ktorú vo svete rozvíjal americký matematik Jack Kiefer. Bol to nesmierne múdry človek – skutočný priekopník matematickej štatistiky, ktorý svojimi prácami položil pevné teoretické základy celej oblasti. Venoval sa však výhradne teórii; praktické algoritmy, ktoré by umožnili tieto princípy reálne vypočítať, ho nezaujímali. Jeho články sa čítali ťažko, boli veľmi hutné, ale zároveň fascinujúce. V jednom z nich Kiefer len mimochodom poznamenal, že by bolo možné zostavovať optimálne experimentálne plány aj interakčnými metódami podľa určitých kritérií. Túto myšlienku ďalej nerozpracoval, len ju naznačil. Práve to ma zaujalo – rozhodol som sa nájsť algoritmus, ktorý by túto úvahu rozvinul do konkrétnej podoby. Výsledky som predstavil na slovenskej konferencii, no ohlas bol minimálny, pretože väčšina účastníkov nebola matematikmi a podstata metódy im unikla. Krátko nato som narazil na článok britského matematického štatistika Henryho Wynna v časopise *Journal of the Royal Statistical Society*. Wynn sa venoval podobnej problematike, ale len pre tzv. regulárne kritériá, teda situácie, v ktorých optimálny plán umožňuje určiť všetky parametre modelu. Ja som sa pokúsil jeho metódu rozšíriť aj na prípady tzv. singulárnych kritérií, keď to možné nie je, a vypracoval som algoritmus, ktorý tieto prípady zahŕňal. Svoj článok som poslal do *Annals of Statistics*, no nastali problémy. V tom čase prebiehala prísna kontrola zahraničnej korešpondencie a rukopis smerujúci do „kapitalistickej Ameriky“ mohol byť niekoľko mesiacov zadržaný. A naozaj – podľa redakcie im môj text dorazil so 4-mesačným oneskorením. Medzitým vyšiel Wynnov článok s veľmi podobnými výsledkami, hoci v menej všeobecnej forme. Napokon ma redakcia oslovila s ponukou, aby som publikoval aspoň časť mojej práce – krátku konvergenčnú vetu, ktorú Wynn vo svojom texte nedokázal odvodiť. S touto úpravou som súhlasil a článok vyšiel [11]. Hoci išlo len o jednu, v podstate pomocnú vetu, dodnes si ho veľmi vážim. Predstavuje pre mňa symbol vedeckej poctivosti i skromnosti – a pripomienku, že cesta k uznaniu nebýva priamočiara. No a tento článok ma zoznámil s Wynnom, čo malo veľký vplyv na môj ďalší matematický osud.

Pôvodnú moju metódu pre singulárne kritériá sme neskôr s Lubomírom Kubáčkom úspešne využili pri návrhu optimálnych meraní na bratislavskom Prístavnom moste.

Ako som už spomínal, mimoriadne si vážim svoju prvú knihu o designe experimentu [2], ktorú som napísal úplne sám. Písal som ju doslova „zúrivo“, celé dva roky, len s minimálnym priestorom na iné činnosti. Dokonca ma za to chcel vtedajší riaditeľ ústavu prepustiť – tvrdil, že nič nerobím. Zachránil ma Lubomír Kubáček, ktorý sa ma zastal a vysvetlil, že pripravujem významnú vedeckú publikáciu.

Knihu som napokon vydal v slovenčine [2] aj v angličtine [3] a teší ma, že má veľký citačný úspech, dodnes má každoročne aspoň pätnásť nových citácií. Možno sa o tom presvedčiť na mojej stránke na Google Scholar. To, že je aktuálna aj po viac ako štyridsiatich rokoch, považujem za malý zázrak. Americko-maďarský matematik Paul Halmos, známy aj svojimi úvahami o písaní matematických textov, kedysi napísal, že priemerná matematická kniha je aktuálna najviac desať až pätnásť rokov, potom stratí význam. A predsa moja kniha zostala pre niektorých vedcov zaujímavá aj po štyroch desaťročiach. Na to som – musím priznať – patrične hrdý. Naviac, komentár ku knihe na stránke v Google Scholar je písaný čínsky!!! Ale citácie rozhodne nie sú len od Číňanov.

#### 4. **Mohli by ste laikom priblížiť oblasti matematiky, ktorými ste sa vo svojej vedeckej práci zaoberali, a zároveň vysvetliť, ako vaše teoretické výsledky nachádzajú uplatnenie v praxi?**

Najprv sa to pokúsim vysvetliť čo najjednoduchšie, bez matematiky, ale tak, aby to pochopil človek, ktorý má predstavu o inžinierskej práci. Predstavme si, že potrebujeme zmerať dĺžku veľkého mosta, napríklad ponad Dunaj. Priamo sa to nedá, pretože optické meracie prístroje nevedia spoľahlivo fungovať nad vodnou hladinou, ktorá odráža svetlo. Preto sa vytvorí geodetická sieť – tri body na jednom brehu a tri na druhom. Na každom z týchto brehov možno merať dĺžky pomocou optických prístrojov, no cez rieku sa môžu merať len uhly. Tie sa určujú inými prístrojmi, ktoré nie sú citlivé na odraz svetla od hladiny. Výsledkom je množstvo nameraných uhlov a niekoľko dĺžok. Geodetické merania sa pritom zásadne opakujú, pretože jednotlivé merania nikdy nie sú úplne presné. Práve tu vstupuje do hry matematická štatistika – pomáha rozhodnúť, ako a koľkokrát treba jednotlivé veličiny merať, aby sme konečný výsledok určili s čo najvyššou presnosťou v čo najkratšom čase.

Spolu s Lubomírom Kubáčkom, ktorý bol pôvodne geodet, sme tieto úlohy riešili pomocou metódy, ktorú som predtým vymyslel a posielal na publikovanie do USA. Využili sme ju pri meraní dĺžky bratislavského Prístavného mosta. Pomocou tejto metódy sa určilo, koľko meraní, v ktorých bodoch a akých typov (uhly či dĺžky) je potrebné vykonať. Vďaka tomu sa dosiahla mimoriadne presná hodnota dĺžky mosta – čo nebola len teoretická zaujímavosť, pretože most je uložený na guľôčkových ložiskách a vplyvom teploty sa rozťahne aj o niekoľko decimetrov. Presnosť bola teda nevyhnutná.

Podobný prístup sme použili aj v spolupráci s fyzikom Rudolfom Hajossym, ktorý pracoval s bratislavskými plynárnami. Potrebovali presne merať prietok plynu, ktorý nebol rovnomerný, dokonca pulzoval. Ich cieľom bolo určiť, kde majú do potrubia

navrtať otvory a umiestniť čidlá (senzory) tak, aby merania boli čo najpresnejšie. Hajossy bol skeptický, pretože veril len analytickým metódam a algoritmom veľmi nedôveroval. Ale v mojej knihe opisujem vo vlastnom výklade aj analytické metódy, ktorá však pre niektoré špeciálne prípady vymysleli iní autori. S riešením bol nakoniec veľmi spokojný.

Ak by som mal zhrnúť, čomu sa venujem z pohľadu matematiky, povedal by som, že ide o design experiment – teda hľadanie najlepších spôsobov, ako navrhnúť a vykonať merania, aby z nich bolo možné získať čo najpresnejšie informácie o skúmanom jave. Kiefer, ktorého prácu som často citoval, vytvoril asymptotickú teóriu design experimentu, kde sa predpokladá, že počet opakovaných meraní možno zvyšovať do nekonečna, keďže sú od seba nezávislé. Táto teória je krásna, pretože sa redukuje na konvexnú optimalizáciu, teda matematickú disciplínu, ktorá hľadá najlepšie riešenia v rámci určitého súboru podmienok.

Konvexná optimalizácia je podľa mňa „nádherná báseň“ matematiky. Pre každý problém má svoju špecifickú podobu a vždy si vyžaduje hľadanie nových algoritmov. Doteraz sa však túto teóriu podarila plne využiť len pre prípady nezávislých pozorovaní. Obe moje knihy sú preto zamerané na tieto situácie. Aj môj bývalý doktorand a terajší profesor Radoslav Harman doteraz pracuje spoločne s malým kolektívom na takýchto úlohách. Až sa čudujem, že možno tu aplikovať toľko rôznych algoritmov.

V reálnych podmienkach však merania často nie sú nezávislé – výsledok jedného merania ovplyvňuje iné, hoci len štatisticky, nie deterministicky. Takéto korelované merania predstavujú veľkú výzvu, pretože vtedy nemožno použiť konvexné metódy. Všetky "matematicky veľké" výsledky v tomto smere, americké, ruské, nemecké sú asymptotické, pre nekonečne veľa meraní, teda pre prax dosť bezcenné. Ale existuje jedna ruská inžinierska metóda, matematicky nie veľmi podložená, ktorá v reálnych prípadoch dosť dobre funguje.

Na príklade vysvetlím a čo v takýchto úlohách ide. V nejakej danej oblasti potrebujete optimálne umiestniť sieť meteorologických staníc, tak aby dobre predpovedali počasie v každom bode oblasti. Využívate pritom, že údaje na dvoch blízkych stanicích sú korelované, napr. keď sa na jednej stanici ochladzuje, ochladenie nastáva aj na susednej. Matematicky sa to modeluje tak, že pozorovania dávajú síce náhodné, ale medzi sebou korelované výsledky so známou koreláciou. Opakované merania v rýchlom slede za sebou nedávajú zmysel, pretože dávajú identické výsledky. Cieľom meraní aj naďalej zostáva úloha čo najpresnejšie určiť dané, nie priamo pozorovateľné parametre charakterizujúce počasie. Tu Kieferovský prístup k navrhovaniu experimentov je nepoužiteľný.

Dá sa povedať, že tomuto matematickému problému som sa venoval vo všetkých prácach spoločných s Wernerom Müllerom [53], [58], [63], [70], [85], [95], pričom som navrhol, že namiesto zvyšovania informácie pomocou opakovania meraní budeme naopak uberať informáciu spojite pomocou pridávania vymysleného "virtuálneho" šumu. To viedlo ku viacerým iteračným metódam, ktorí však boli použiteľné len lokálne, t. j. keď už sme boli blízko k optimálnemu návrhu. V takomto smere bol zameraný aj náš

hodne citovaný článok v *Biometrike* [70]. Celkom nedávno, už ako penzista, som zistil, že pomocou metodiky virtuálneho šumu sa dá vytvoriť konvexná formulácia zadania. Matematicky to funguje, ale výsledok dáva len horné ohraničenie presnosti skutočného optimálneho návrhu, ktorý ani týmto spôsobom nevieme presne zistiť. Práca bola publikovaná v roku 2022 v USA v *Electronical Journal of Statistics* [95] a možno si ju prečítať na Googli.

Keby som bol mladší a zdravší, určite by som sa tejto úlohe venoval aj dnes – je to zaujímavá a otvorená oblasť s istým potenciálom pre aplikácie. Pred časom mi volala kolegyňa z Prahy, ktorá skúšala navrhnúť optimálne umiestnenie čidiel v systéme popísanom diferenciálnymi rovnicami. Nevedela si s tým rady, tak sme to konzultovali. Na základe svojich skúseností som jej navrhol metódu, ktorá sa ukázala ako dosť úspešná.

Toto všetko sú príklady toho, ako sa matematika, konkrétne matematická štatistika a design experiment, môžu stretnúť s inžinierskou praxou a priniesť reálne, presné a užitočné výsledky.

## 5. **Čo sa vám, napriek úsiliu a snahe, nepodarilo dosiahnuť – či už v osobnom, alebo v profesijnom živote?**

V prvom rade sa mi nepodarilo stať sa fyzikom. Už som o tom hovoril – bolo to z kádrových dôvodov, nie z odborných. S odstupom času to však neľutujem. Matematika ma napokon oslovila a našiel som v nej svoje miesto. Aj keď som sa stal matematikom, myslením som zostal trochu teoretickým fyzikom.

Mám bohatú fantáziu – aj tú matematickú – čo bola vždy moja hlavná zbraň. Často sa mi vynárali nové nápady, ale chýbala mi pozornosť experimentátora. Experimentátor si musí všimnúť aj to najmenšie, čo sa okolo neho deje. Ja som ten typ, čo sa zameria na celok, nie na detail.

Napriek tomu som v rámci experimentálnej fyziky postavil ten „strašný“ omega-trón, čo bola poriadne zložitá vec. Ale asi by som v tom povolaní nebol šťastný. Po diplomovke som bol neuveriteľne unavený, navyiac rozišiel som sa s dievčaťom, poslucháčkou fyziky, ktorá sa mi páčila. Keď sa k tomu pridá, že mi na prijímačky do Prahy predpísali 4 knihy, pričom o zameraní troch z nich som nemal ani predstavu, myslel som si, že to je koniec všetkého. Ale nebol, našlo sa postupne riešenie, ašpirantúru som zvládol na prijateľnej úrovni a aj dievča som si našiel, tentokrát poslucháčku matematiky a oženil som sa s ňou.

Druhá takáto havarijná situácia vznikla počas mojej stáže v Paríži. Bol som „hodený“ medzi Afričanov, nerozumel som abstraktným prednáškam z náhodných procesov a bol som úplne odrezaný od mojej rodiny. Pochopil som, čo je to „občan druhej kategórie“. Mal som z toho aj zdravotné problémy, riešil som to tak, že som sa zapísal do kurzu vtedy módnej „transcendentálnej meditácie“. Najprv som jej neveril, ale napodiv, veľmi mi zdravotne pomohla. Napriek tomu som z Francúzska odišiel o dva týždne skôr než som mal. Ale aj táto situácia bola prekonaná. Aby som si navrátil sebavedomie, s celou vervou som sa pustil do písania mojej prvej monografie o designe

experimentu [2]. A doniesol som si poznatky, ktoré sa mi zišli pri cestách do Francúzska po roku 1989. Ako sa hovorí, čo Ťa nezabije, to Ťa posilní.

6. **Ako si spomínate na svoje začiatky v Ústave teórie merania Slovenskej akadémie vied? Aká bola vtedy atmosféra a s akými ľuďmi ste sa tam stretli? Priniesla vám matematika aj sklamanie alebo negatívne skúsenosti?**

Nebola to matematika, ale príbehy ľudí, ktorí mali veľmi ťažký život vďaka dobe, ktorá vtedy bola. Nešlo tu pritom o mňa, mojím osobným problémom v tej dobe (t. j. po skončení univerzitného štúdia) bolo len to, že som musel celkom zmeniť odbor.

Ústav teórie merania Slovenskej akadémie vied bol vtedy vyslovene dielensko-inžinierskeho typu, s málo prepracovaným výskumom. Mojm školiťom kandidátskej (dnes doktorandskej) práce bol RNDr. Ing. Juraj Bolf, CSc., pôvodne stranický káder. Jeho životný príbeh bol zvláštny: začínal ako učeň, popri zamestnaní diaľkovo vyštudoval priemyslovku, potom popri práci geodéziu, a napokon – už ako zástupca riaditeľa ústavu – aj fyziku. Odborne však nebol veľmi dobrý. Pamätám si, že keď som mu referoval o knihe Haralda Craméra<sup>10</sup>, spomenul som mu hneď prvú kapitolu – o 3 axiómach pravdepodobnosti. Boli to triviálne veci (nezápornosť pravdepodobnosti udalosti, axióma jednotkovej pravdepodobnosti a pravdepodobnosť súčtu navzájom sa vylučujúcich udalostí). Keď som mu to povedal, len nadšene odvetil: „To je nádherné!“, a tým sa prvá a jediná konzultácia skončila. Pre mňa bolo ale dôležité, že Bolf bol dobrý a charakterný človek, ktorý mi po ľudskej a organizačnej stránke veľmi pomáhal. Aj to, že som dostal odklad od vojenskej služby, mohol chodiť do Prahy a získavať vedomosti od profesora Jiřího Nedomu a iných, bolo do veľkej miery jeho zásluhou.

Formálnym riaditeľom ústavu bol vtedy akademik Ľudovít Kneppo, ktorý pôsobil hlavne ako profesor elektroinžinierstva na Vysokej škole technickej v Bratislave<sup>11</sup>, a na ústave sa osobne objavoval len zriedkavo. Reálne ústav riadil jeho zástupca. Pôvodne to bol Dr. Jaromír Hajda, význačný český odborník na výpočet optických sústav, ktorý po vojne prišiel pracovať na Slovensko. Práve jeho koncepciou bolo vybudovať na SAV pomocné pracovisko, ktoré by zásobovalo unikátnymi prístrojmi vedecké pracoviská SAV. Prišiel však do konfliktu s vedúcim optickej dielne, pretože tento sa namiesto svojich povinností zaoberal v pracovnom čase pokútnym pokovovaniam slnečných okuliarov, podľa vtedajšej módy a tieto vo vlastnej réžii „na čierno“ predával. Namiesto, aby po napomenutí túto činnosť ukončil, zneužil svoje vysoké postavenie v KSČ (bol funkcionárom Ľudových milícií) a docielil, že Dr. Hajdu vylúčili z KSČ, a tým ho aj zbavili funkcie na ústave. Našťastie, nevyhodili ho zo zamestnania. Ako nový zástupca riaditeľa nastúpil práve Bolf, ktorý bol vtedy po straníckej línii veľmi dobre zapísaný. Treba povedať, že Bolf, ktorý kedysi sám pracoval ako robotník, veľmi dobre rozumel dielenskej práci. Vedel poradiť, ale aj odhaliť každý „švindľ“. Hoci bol

<sup>10</sup> Cramér, H.: *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton university press, 1946, 575p.

<sup>11</sup> Dnes Slovenská technická univerzita v Bratislave.

stranícky funkcionár, nikdy svoje postavenie nezneužíval. Naopak, často pomáhal aj nestraničkom a vytváral na ústave priestor pre ľudí, ktorí boli pre režim nežiaduci. Práve jeho koncepciou bolo povýšiť servisné pracovisko na výskumný ústav.

Na ústav bral tzv. „kádrovo skrachované“ existencie – vedcov, ktorých režim kvôli pôvodu či presvedčeniu nikde nechcel zamestnať. Tak sa k nám dostal napríklad Imrich Staríček<sup>12</sup>, vynikajúci fyzik, ktorý mal problémy kvôli svojmu vierovyznaniu.

Podobne Gustáv Prokeš<sup>13</sup>, ktorý pochádzal z bohatej rodiny. On sa však o majetok nezaujímal, zaujímal ho veda, stal sa inžinierom výskumníkom. Lenže kvôli presvedčeniu bol označený za „triedneho nepriateľa“ a pracoval na podradných miestach. Práve Bolf ho prijal na ústav. A ja som sa k nemu dostal. Bol mojim prvým bezprostredným šéfom skupiny. Ale už vtedy rezignoval na ďalšie ambície, plne ponechal na mňa nad čím chcem „bádať“ a počas môjho následného pobytu v Dubne odišiel do dôchodku.

A potom prišiel rok 1968. Vtedy nás všetkých prekvapilo, keď sa ukázalo, že Bolf – napriek tomu, že bol vysoký komunistický funkcionár – bol zároveň tajný člen cirkevnej skupiny. Bol hlboko veriacim človekom, ktorý svoju pozíciu nevyužíval pre seba, ale aby pomáhal iným. Aj keď odborne nepatril k najlepším, mal dobré organizačné schopnosti a hlboké presvedčenie, že Slovensko potrebuje vedu. Odborné meno získal tým, že zorganizoval výrobu prístroja podobného umelému srdcu. V tom čase už americkí lekári robili transplantácie srdca a používali pumpu, v ktorej sa okysličovala krv. Bolf zostavil tím dielenských pracovníkov, ktorí podľa amerických údajov odkopírovali a skonštruovali podobné zariadenie – a vďaka nemu sa v Bratislave uskutočnila prvá transplantácia srdca v strednej a východnej Európe (pod vedením lekára, akademika Šišku). A druhú takú pumpu zostrojili a darovali Gruzínskej akadémii vied.

---

<sup>12</sup> *Poznámka editora:* RNDr. Imrich Staríček, CSc. začal matematiku a fyziku študovať na Karlovej univerzite a keď Nemci zavreli české vysoké školy, dokončil štúdium na Slovenskej univerzite a stal sa asistentom u profesora Ilkoviča. Po vojne bol na dlhších pobytoch vo Viedni a na Sorbone, kde sa formoval jeho teoretický záujem o teoretické, metodologické a filozofické otázky vtedy rýchlo sa rozvíjajúcej jadrovej fyziky. Po 1948 bol organizátorom ilegálnych krúžkov vatikánskej Katolíckej akcie, ktorá odvádzala mládež od budovateľského úsilia (marxizmu-leninizmu). V roku 1951 bol zadržaný a roku 1954 odsúdený na 15 rokov „za vlastizrada“. V máji roku 1962 bol vďaka amnestii prepustený. Do roku 1968 pracoval ako robotník (pracoval na stavbách, plietol aj košíky), potom sa vďaka Bolfovi zamestnal v Ústave teórie merania SAV, kde sa profesijne orientoval na teoretickú fyziku, teóriu merania a dejiny fyziky. Od roku 1989 až do svojej osemdesiatky bol aktívny prednášateľ na problematiku vzťahu medzi vedou a vierou. Na túto tému napísal aj niekoľko kníh. *Zdroj: Za Imrichom Staríčkom (17. 11. 1919 - 26. 1. 2002) Filozofia, 57 (2002), 5, 377-379.*

<sup>13</sup> *Poznámka editora:* Ing. Gustáv Prokeš sa v roku 1941 stal prednostom Ústavu elektriny. Od r. 1950 pôsobil na Katedre fyziky Prírodovedeckej fakulty Slovenskej univerzity ako vedúci oddelenia elektriny. G. Prokeš patril medzi zakladateľov experimentálnej i teoretickej elektrofyziky na PrF SU. Bol brilantný učiteľ s presvedčivým pedagogickým vystupovaním, logickým výkladom a perfektným podaním matematického aparátu teórie elektromagnetického poľa, osobitne v aplikáciách na oblasť mikrovln. Pre svoju otvorenosť a kritičnosť bol po niekoľkých rokoch nútený z fakulty odísť. Prešiel do Ústavu merania SAV, kde pracoval až do odchodu do dôchodku. *Zdroj: [www.mat.savba.sk](http://www.mat.savba.sk).*

Nemusím zdôrazniť, že na stranických previerkach po roku 1968 Bolfa vylúčili z KSČ, ale vďaka veľkej podpore zo strany prakticky všetkých pracovníkov ústavu zostal pracovať na ústave. Pomohla aj intervencia akademika Šišku, ktorý sa medzitým stal predsedom SAV. Naopak, vyhodili nielen z KSČ ale aj zo zamestnania vedúceho optickej dielne, ktorý ľudsky škodil nielen Hajdovi, ale aj mnohým iným, a ktorý vypočítavo „vypočítavo obrátil kabát“ v januári 1968 a nezvládol ho opäť obrátiť po auguste 1968.

Všetko toto boli ľudské príbehy hodné Shakespearovho pera!

**7. Aké boli vaše najdôležitejšie skúsenosti a spolupráce so zahraničnými pracoviskami, najmä vo Francúzsku, Nemecku, Rakúsku a Veľkej Británii? Začnime najprv Vašimi kontaktmi s francúzskymi pracoviskami. V čom tieto spočívali?**

Vo Francúzsku som bol na štyroch miestach, ale lepšie povedané boli to štyri rôzne druhy spolupráce. Prvá, bola s Lucom Pronzatom. Druhá spolupráca, ktorá bola publikačne významná, bola so štatistickým pracoviskom INRAE, ktoré patrilo ministerstvu poľnohospodárstva. Pracovisko INRAE bolo neďaleko Versailles, a po presťahovaní bolo v Jouy-en-Josas v širšom okolí Versailles. Tretia bola v Grenoble. A štvrtá bola v Bordeaux. Začnem tými dvomi poslednými, ktoré sú málo významné.

Na univerzite v Bordeaux som strávil približne mesiac na základe pozvania. Išlo o výberové konanie – univerzita zvažovala, koho z pozvaných by mohla ustanoviť za profesora novozakladanej katedry štatistiky. Pozvali veľa ľudí a ja som bol medzi nimi. Napokon vybrali iného kandidáta, takže moja úloha bola skôr reprezentatívna: predniesol som seminár. Jediné čo som musel splniť bolo, že jedného mladého pracovníka z ich univerzity vezmem do Bratislavy a sa mu budem mesiac odborne venovať. To som aj urobil. Veľmi sympatický chlapík, u nás na Slovensku sa mu veľmi páčilo, hlavne naša strava: jedlá z múky, ako buchty, knedle, halušky, ktoré Francúzi pri svojej stredomorskej strave nepoznajú. A on sa mi potom písomne sťažoval na toho vybraného profesora – Rusa, že sa to s ním nedalo vydržať, že on musel odtiaľ utiecť na univerzitu na druhý koniec Francúzska.

Druhá spolupráca bola s univerzitou v Grenoble, ale tá tiež nepriniesla nič zvláštne. Grenoble je krásne mesto nachádzajúce sa na juhovýchode Francúzska, v regióne Rhône-Alpes, pri úpätí Álp, známe ako francúzska metropola Álp, centrum zimných športov a mestom Zimných olympijských hier. A je aj sídlom viacerých univerzít. Bol som tam dvakrát jeden mesiac, a asi dvakrát na jeden týždeň. Hlavnou úlohou na tých týždňovkách boli semináre, ale na tých mesačných som sa snažil popri seminároch aj o nadviazanie výskumnej spolupráce, ale to sa nepodarilo. Zrejme preto, že vzájomné kontakty nezačali pozvaním na spoluprácu z francúzskej strany, ale sám som sa ku Grenobleu hlásil na základe mojich starých poznatkov ešte z čias mojej stáže v Paríži. Ale pomery v Grenoble sa za tých takmer 20 tokov výrazne zmenili a ja som neuspel. Vypočuli si ma zdvorilo na seminároch, boli ku mne po spoločenskej stránke veľmi ústretoví, ale viac sa nepodarilo. Aj to bola skúsenosť.

Štvrtá, posledná, francúzska spolupráca sa zrodila po jednej mojej prednáške na konferencii v Nemecku. Oslovil ma jeden Francúz, riaditeľ štatistického ústavu pri

ministerstve poľnohospodárstva vo Versailles. Pôvodom bol dieťaťom ruských emigrantov, ktorí prišli do Francúzska. Ponúkol mi, či by som neprišiel k ním do Versailles na dva týždne, pričom by som mal prednášku každý deň pre pracovníkov ústavu. Bolo to pre mňa veľmi zaujímavé, lebo to boli štatistici. Ubytovali ma spolu s manželkou v hoteli vo Versailles. Ten ústav nebol priamo vo Versailles, ale zhodou okolností bol úplne na konci záhrad Versailleského zámku. Neskôr sa presťahoval do "vedeckej dediny" Jouy-en-Josas, tiež neďaleko Versailles. Počas pobytu sa jeden z pracovníkov, Jean-Baptiste Denis, prihlásil s návrhom spoločného výskumu. Tak začala moja ďalšia francúzska spolupráca. Bola to problematika v regresnej analýze. O skreslení odhadov metódou najmenších štvorcov v nelineárnych regresných modeloch s obmedzeniami. Ďalší článok bol o aplikácii mier krivostí z diferenciálnej geometrie na veľmi špeciálne tzv. biaditívne regresné modely vyvinuté poľnohospodárskymi inžiniermi. Po napísaní dvoch článkov [55] a [66] naša spolupráca skončila, ale tesne predtým som sa stretol s Jean-Pierre Gauchim. Ten sa venoval plánovaniu experimentov a na základe našej spolupráce vznikol spoločne, veľmi kvalitný a dosť náročný matematický článok [75]. Pravda, pomohla mi moja predchádzajúca skúsenosť z práce s Lucom Pronzatom a s profesorom Henry Wynnem z Británie. Zaujímavé bolo zistenie, že francúzski kolegovia radi prichádzali na Slovensko. Počas jedného z pobytov som ich vzal do Viedne – prekvapila ich jej viditeľná prosperita. A s Jean-Baptiste Denisom si dodnes dopisujem na Nový rok.

**8. Vaším najčastejším spoluautorom je Luc Pronzato z Francúzska. Môžete opísať vývoj tejto spolupráce?**

Spolupráca začala už koncom v 80-tych rokoch. Pronzato prišiel za mnou do Bratislavy na pozvanie jednej mojej kolegyne v roku 1989, ešte pred nežnou revolúciou. Vyhľadal ma preto, lebo počul moju prednášku o hustote pravdepodobnosti odhadov parametrov v nelineárnych regresných modeloch na konferencii v NDR (dnes Nemecko) a navyše vedel o mojej monografii o optimálnom designe experimentov. Povedal, že by sa chcel so mnou pustiť do spoločného výskumu. Bol odo mňa o 20 rokov mladší, ale napriek tomu mal už na svojom pracovisku také postavenia, že ma mohol pozvať na jednomesačnú spoluprácu vo Francúzsku. Súhlasil som, no vycestovať v tom čase na Západ bolo nesmierne zložité. Potrebovali sme špeciálny pas, cestovnú doložku, atď. Aj preto som dlho váhal. História však rozhodla za nás: v novembri 1989 vypukla revolúcia a v januári 1990 som už mohol odcestovať do Paríža za úplne iných politických pomerov. V januári 1990 som teda nastúpil na jednomesačný pobyt v Paríži. Mohla so mnou prísť aj manželka s dcérou – Pronzato vybavil veľmi slušné financovanie, takže si rodina mohla pobyt naplno užiť. My dvaja sme pritom pracovali mimoriadne intenzívne, naozaj od rána do večera, často aj cez víkend. A čo sme vlastne urobili? Našli sme spôsob ako sformulovať vhodné kritérium optimality experimentu s využitím mojej hustoty pravdepodobnosti odhadov a našli sme spôsob ako minimalizovať získaný výraz. Po analytickej stránke museli sme nájsť spôsob ako minimalizovať dosť komplikovaný integrál podľa parametrov obsiahnutých v integrovanej funkcii. Luc úspešne

navrhol použiť nie jednoduchú metódu, tzv. stochastickej minimalizácie a ja som riešil problémy spôsobené okrajovými podmienkami na oblasť integrovania. Metóda fungovala výborne. Z nášho parížskeho obdobia vzišiel spoločný článok, ktorý vyšiel v *Journal of Statistical Planning and Inference* [42], má asi 39 citácií. To je náš prvý spoločný článok. O rok neskôr som sa do Paríža vrátil k nemu na dvojtyždňový pobyt v Laboratoire des Signaux et Systèmes (CNRS), kde som však fungoval len ako oponent jednej PhD. práce: vtedy ma spolu s manželkou a synom ubytoval priamo u seba. V roku 1992 nasledovalo ďalšie pozvanie do Paríža, tentoraz k téme využitia entropie v designe nelineárnych experimentov. Z tejto práce vznikol článok v časopise *Kybernetika* [45], už s menším ohlasom. Tým sa uzavrelo naše „parížske“ obdobie. Spolupráca však tým neskončila. Pronzato, rodák z juhu Francúzska, študoval na špičkovej francúzskej univerzite a pôsobil ako výskumný pracovník v CNRS (Centre National de Recherche Scientifique) a chcel, aby ho presunuli na juh Francúzska. To sa aj po čase koncom 90-tych rokov podarilo a nastúpi do laboratória I3S vo vedeckom mestečku Sophia Antipolis. Nebol univerzitným pedagógom, venoval sa výskumu a mohol viesť doktorandov. CNRS je vedecká inštitúcia nie ústav, u nás niečo také neexistuje. Vedecký pracovník tejto inštitúcie neučí, ale môže školiť doktorandov. Je expertom na výskum a môže slobodne a neobmedzene sa zaoberať svojou témou. Nebolo to však pre neho spočiatku ľahké, bol som tam u neho asi dvakrát, ale bolo to skoro bez peňazí, musel som bývať u neho a nebolo to na dlhý čas. Vyzeralo to, že to bude koniec našej spolupráce, lebo v tom čase som dovŕšil 65 rokov, kedy západoeurópske univerzity nemôžu pozývať profesorov v dôchodkovom veku. Naše inštitúcie boli tiež veľmi chudobné a nemali na také pobyty peniaze. Napokon, po krátkom čase sa Pronzatovi podarilo presadiť v Laboratoire I3S a získať celkom dobré postavenie. Dokonca istú dobu bol riaditeľom inštitúcie a neskôr členom celoštátnej komisie, ktorá posudzovala žiadosti o zamestnanie v CNRS. Ako mi nedávno písal, bol navrhnutý aj za rektora Université Nice, ale neuspel. (Našťastie pre neho!). Jeho pracovisko dokázalo získať peniaze z aplikácie ich výskumu v priemysle a mohli podľa štátnych predpisov, časť týchto peňazí, využiť aj na pozvanie hostí. Otvoril sa nám priestor pokračovať v spolupráci.

Po prvej návšteve sme sa rozhodli, že spolu napíšeme monografiu z design experimentu pre nelineárne modely experimentu a zahrnieme do nej výsledky nášho spoločného výskumu. Práve preto som tam bol asi 9-krát. Napísať kvalitnú monografiu nie je také jednoduché. Doma som musel učiť a mal som aj ďalšie povinnosti na fakulte, tak to išlo veľmi pomaly. Ale čas, keď som tam bol, som využíval naplno a tak skoro po 12 rokoch mohla vzniknúť 400 stranová monografia *Design of Experiments in Nonlinear Models* a vyšla vo vydavateľstve Springer v roku 2013 [6]. Pronzato je uvedený ako prvý autor, čo presne zodpovedá jeho zásadnému prínosu. Navyše počas týchto dlhých rokov sme napísali sériu krátkych článkov, hlavne konferenčných. Po napísaní knihy sme vyriešili ešte korešpondenčne jeden zaujímavý problém súvisiaci so optimálnym štatistickým testovaním správnosti fyzikálnych modelov. Súvis s mojim dávnyim výskumom v Dubne sa ešte aj tu prejavila. Výsledok vyšiel v špičkovom medzinárodnom, časopise *Annals of Statistics* (USA) v roku 2014 [90].

Okrem spolupráce s Lucom Pronzatom postupne vyrástlo aj priateľstvo: bol v Bratislave pri mojich sedemdesiatych aj osemdesiatych narodeninách a ja som ho viackrát navštívil vo Francúzsku. To bola moja hlavná celoživotná spolupráca a ja ho pokladám za úžasného človeka.

## 9. **Viedeň je na skok od Bratislavy. Nelákalo Vás spolupracovať s viedenskými univerzitami?**

Hneď po revolúcii sa mnohí Bratislavčania ponáhľali na skusy do Viedne. Museli sme pôsobiť smiešne s našim obdivom všetkých tamojších obchodov. Pomerne rýchlo som dostal ponuku robiť „pedagogický záskok“ na Universität Wien, kde som vedecky nespocoval, ale som prednášal. Súhlasil som: ráno som vycestoval, popoludní som bol doma, a zároveň to bol veľmi slušný zárobok. Učil som naozaj poctivo, no prekvapila ma slabšia pripravenosť niektorých študentov; prideli mi „dvojodborových študentov“ zrejme nemali záujem o „hlbšiu“ matematiku. Našťastie som ich neskušal, iba prednášal. Na univerzite som sa zoznámil s prof. Georgom Pflugom, vedúcim katedry pravdepodobnosti a medzinárodne uznávaným odborníkom na finančnú matematiku, avšak po vedecko-odbornej stránke mal tento kontakt pre mňa prakticky nulový význam. Od určitého času som ďalšie ponuky na záskok už odmietal.

Následne, v roku 1995 prišlo pozvanie na Wirtschaftsuniversität Wien. Tam som sa stretol – a neskôr pravidelne spolupracoval – s mojím druhým najčastejším spoluautorom Wernerom G. Müllerom, asi o 30 rokov mladším odo mňa. Avšak táto spolupráca bola radikálne iná, než s Lucom Pronzatom. Werner bol čerstvým postdoktorandom; doktorát z dizajnu experimentu robil u V. V. Fedorova, ktorý vtedy hosťoval v Rakúsku. Vďaka Müllerovi ma jeho univerzita pozvala ako hosťujúceho profesora do Viedne. Werner totiž nemohol ďalej spolupracovať s Fedorovom, lebo ten sa musel vrátiť do Ruska, a tak hľadal náhradu. Vydobyl na svojej univerzite, že ma pozvali ako hosťujúceho profesora na 4 mesiace. V Bratislave som práve ukončil jedno funkčné obdobie vedúceho katedry, a tak ma uvoľnili. Vo Viedni som nedostal najvyššiu platovú kategóriu, no aj tak to bol príjem niekoľkonásobne vyšší než u nás. Teraz to bolo trochu iné ako inde, lebo od pondelka do piatku som musel byť vo Viedni, a tak mi zostávalo dosť veľa času, aby som sa mohol venovať Wernerovi. Hľadali sme spoločnú výskumnú tému, ktorá by jemu „sedela“. Za štyri mesiace sme položili len základy a po mojom pobyte sme v práci pokračovali, veľmi často v mojom byte v Bratislave, kam Werner občas za mnou dochádzal: takto postupne vznikli algoritmy na optimálne návrhy pre experimenty s korelovanými pozorovaniami [58], [63]. Vrchol sme dosiahli článkom v časopise *Biometrika*, ale až o 9 rokov po mojom pobyte na Wirtschaftsuniversität. Názov môže znieť „nematematicky“, ale *Biometrika* je možno najstarší anglicky štatistický časopis a zakladateľmi štatistiky jednoznačne sú Angličania. *Biometrika* patrí medzi najprestížnejšie anglicky písané štatistické časopisy – dostať tam článok je mimoriadne ťažké a nám ho vzali. Preto sme dostali tú cenu, ktorú som uvádzal, za najlepšiu publikáciu roka. Tým sa skončila moja „polo školiteľská“ výskumná spolupráca z tohto obdobia. Treba povedať, že Werner bol a je vynikajúcim organizátorom, dotiahol to na

„neštátneho“ profesora na univerzite v Linzi, na fakulte finančnej matematiky, kde je takmer neustále vedúcim katedry a určité obdobie bol dokonca predsedom Rakúskej štatistickej spoločnosti. Je to proste „dôležitý pán“, ktorý sa nie veľmi rád priznáva ku svojim niekdajším návštevám u mňa v Bratislave, ale zostali sme dobrí priatelia. Omnoho neskôr, už po mojom úplnom odchode do dôchodku, dostal som zaujímavý nápad na vylepšenie nášho starého výskumu. Pravda Werner už nemohol riešiť potrebné príklady, a presvedčil na spoluprácu svojho veľmi šikovného postdoktoranda Marcusa Hainého. Takto sme v trojici napísali veľmi dlhý článok, ja som robil prakticky celú teóriu, Marcus veľmi zručne riešil netriviálne príklady a overoval teóriu a Werner pridal nejaké dodatky a hlavne presadil náš článok do tlače [95]. Nie síce do *Biometriky*, ale do časopisu *Electronic Journal of Statistics* v USA. To bolo v roku 2024. Je to určite môj posledný článok, hoci Markus inicioval jeho pokračovanie, kam som ja pridal malý zlepšováčik. Článok je zatiaľ v recenznom pokračovaní.

Tretia „viedenská“ epizóda nasledovala v roku 2000, už po nemeckom Augsburgu: opäť ma pozvali na 4 mesiace na Technische Universität Wien, kde som predovšetkým prednášal a výskum robil len okrajovo. Tentokrát som nemusel prerušiť svoje aktivity v Bratislave, keďže do Viedne som len dochádzal. Na prednášky pre vybraných PhD. študentov chodil aj jeden profesor – pozorne počúval, kládol kontrolné otázky a dobre sme si rozumeli. Bol štatistik, no dizajnom experimentov sa nezaoberal. Študenti boli výborní, hoci boli len traja. Omnoho neskôr, v roku 2024, na konferencii PROBASTAT, kde som predsedal sekcii o designe experimentu, vystúpil Rakúšan, v ktorom som spoznal jedného z týchto troch študentov. Po svojej prednáške mi povedal, že ho práve moje prednášky priviedli k tejto vedeckej oblasti.

#### 10. Spolupracovali ste aj s matematikmi v Nemecku?

Spolupráca s nemeckými kolegami sa začala ešte za socializmu, keď bolo Nemecko rozdelené na západnú časť (NSR) a východnú (NDR). Moje prvé väzby sa týkali práve NDR. Veľmi dobre som sa spriatelil s profesorom Olafom Bunke z Humboldt-Universität v Berlíne (východná časť mesta).

Jeho osud bol pestrý: rodičia emigrovali z nacistického Nemecka v roku 1935 do Argentíny, kde vyrastal, a vrátili sa až v roku 1952. V roku 1960 získal doktorát (téma *Nové intervaly spoľahlivosti pre parameter binomického rozdelenia* pod vedením Erny Weberovej). Bol to veľmi seriózny človek, ktorý urobil veľa – odborne aj organizačne – pre rozvoj štatistiky v NDR. Spoznali sme sa takto: Bol som pozvaný prednášať na Európskej konferencii štatistikov v Leuvene v Belgicku. Omeškalo sa mi lietadlo a v mieste stretnutia som nikoho nezastihol, okrem jedného pána z NDR, ktorý sa tiež omeškalo. Hovorím: „Podľa literatúry poznám v NDR len jedného štatistika, prof. Olafa Bunkeho.“ „Ja som Bunke“, znela odpoveď.

Bunke založil časopis *Statistik*<sup>14</sup>. Môj prvý článok, v ich časopise, vyšiel v roku 1984 [24]. Článok mal dobrý ohlas a čoskoro mi ponúkli miesto v redakcii – stal som sa editorom a bol som ním v rokoch 1987 – 1995. Nemci sú v práci prísni a dôslední: posielali mi množstvo rukopisov na recenzovanie a ja som recenzie bral mimoriadne zodpovedne. Aj takto som získaval ďalšie medzinárodné kontakty. Navyiac, Bunke často organizoval na Humboldt Universität menšie konferencie, ktorých som sa rád zúčastňoval.

Ešte pred revolúciou som získal ďalší dôležitý nemecký kontakt a to dokonca v NSR. Prof. Friedrich Pukelsheim, o 10 rokov mladší odo mňa, pochádzal zo Solingenu, študoval a doktorát získal vo Freiburgu, pri francúzskych hraniciach, a už na začiatku kariéry sa intenzívne venoval dizajnu experimentov. V tých ťažkých nemeckých podmienkach pri výbere profesorov sa v 35 rokoch stal profesorom v Augsburgu. Tu začal písať aj knihu *Optimal Design of Experiments*. Značne sa líšila od mojej a takmer celá bola venovaná pomerne úzkej téme, a to matematickým vlastnostiam kritérií optimality experimentu. A to s neuveriteľnou nemeckou dôkladnosťou. Bol perfekcionista a rukopis poslal do prestížneho vydavateľstva John Wiley & Sons v USA. Tam mu však vytkli, že kniha je príliš abstraktná, a teda bude ťažko predajná. Prof. Pukelsheim vedel o mojej knihe z roku 1986, a preto ma na jednej konferencii oslovil a pozval ma na mesačný pobyt do Augsburgu, aby knihu so mnou predebatoval. Pobyt sa zrealizoval v roku 1988, za socializmu, keď som bol ešte na SAV. Či som mu pomohol, to neviem, ale v každom prípade naštartoval som veľmi dôležitý kontakt. Kniha profesora Pukelsheima vyšla v roku 1993 a je veľmi úspešná.

Po roku 1990 prof. Pukelsheim organizoval krátkodobé sympózia o designe experimentu, na ktoré som rád chodil. On zase, na oplátku, sa zúčastnil nášho Probastatu, ako o tom píšem v mojom životopise. Bol som vtedy vedúcim katedry u nás na univerzite, všetky grantové peniaze som dával do počítačov pre kolegov. Prof. Pukelsheim mi ponúkol, že majú tak trochu zastarané počítače a oni ich nepotrebujú, takže nám ich pošlú. Darujú nám ich. Tie počítače neboli také bežné, ale to boli vlastne sálové počítače. Pre nás ich bolo škoda použiť, preto sme ich dali experimentálnym fyzikom. Bolo to od neho veľmi veľkorysé gesto, ktoré sme chceli na fakulte nejakým spôsobom oceniť. Fakulta mu na znak vďaky udelila pamätnú medailu – veľmi si to cenil.

A on urobil ďalšie významné gesto: vybavil pre mňa polročný pobyt na Univerzite v Augsburgu. Nebolo to síce cez najprestížnejšie Humboldtstiftung, na to som bol už príliš starý, presne 60-ročný, ale bolo to podobné „Stiftung“. Vďaka tomu som pôsobil v Augsburgu ako visiting professor v najvyššej kategórii C4 počas šiestich mesiacov. V Bratislave som práve dokončil svoje druhé funkčné obdobie na poste vedúceho katedry a až po návrate som nastúpil do pozície prodekana. Mohol som teda prerušiť pracovný pomer a odísť do Augsburgu.

Počas pobytu vznikol jeden môj samostatný článok (v internom časopise univerzity) a viedol som aspirantov. Pravda, celý pobyt bol pre mňa veľmi zaujímavý a poučný.

---

<sup>14</sup> Predtým *Mathematische Operationsforschung und Statistik*, neskôr *Statistics: A Journal of Theoretical and Applied Statistics*, poznámka editora.

Moja spolupráca s Pukelsheimom týmto skončila, ale o 15 rokov neskoršie pokladal som si za česť a povinnosť pricestovať na vlastné náklady na záverečnú prednášku a oslavu prof. Pukelsheima, ktorou vo veku 65 rokov končil svoju profesorskú kariéru. Na oslave som stretol aj jeho dvoch, bývalých doktorandov, ktorým som sa v minulosti venoval. Ako píšem inde, prof. Pukelsheim neskončil tým svoje spoločenské aktivity a významným spôsobom, ako dôchodca, reformoval volebné systémy v európskych parlamentoch.

Do roku 1990 bola povestná Humboldtova Univerzita vo východnej časti Berlína, preto v Západnom Berlíne vznikla Freie Universität Berlin, kde tiež vznikla katedra štatistiky a aj tam sa zaoberali designom experimentov. V roku 1993 ma tam pozvali na týždenný pobyt a neskoršie ešte na 2 takéto krátkodobé návštevy. A tam bolo pre mňa práce až-až. Vedúcim katedry bol totiž jeden „tiež profesor“, ktorý sa inauguroval za zľahčených podmienok tesne po vojne. Na katedre mal troch značne zanedbaných doktorandov. Počas pobytov som preto spolupracoval s doktorandkou Christine Müllerovou. Jej téma bola veľmi zaujímavá: aplikácie nevyhnutných a postačujúcich podmienok pre maximálne efektívny dizajn experimentu. Usilovnou prácou podarilo sa nám dať dohromady jeden článok: ja som pripravoval teóriu pomocou existujúcej literatúry a ona veľmi vtipne riešila netriviálne príklady. Prácu sme poslali do nemeckého časopisu *Metrika* [51]. Najprv mala o časopise pochybnosti, že *Metrika* to je taký plátok, to nemá cenu. No nakoniec sa ukázalo, že ide o moju druhú najcitovanejšiu časopiseckú prácu a aj jej – a s výsledkom bola veľmi spokojná. Aj v ďalšej kariére bola mimoriadne úspešná. Vypracovala sa tak, že sa mohla prihlásiť do veľmi náročného profesorského konkurzu. Naozaj sa stala profesorkou, samozrejme na opačnom konci Nemecka a za rodinou v Berlíne mohla dochádzať len po víkendoch. Ľutoval som ju, ale obdivoval jej vytrvalosť. Nedávno som dostal informáciu, že aj ona končí svoju profesorskú kariéru. Čas proste neúprosne beží!

#### 11. **Veľká Británia je považovaná za krajinu vzniku matematickej štatistiky. Spolupracoval ste aj s matematikmi z tejto krajiny?**

S Angličanmi a Škótmami som sa kontaktoval už za socializmu a potom viackrát neskoršie, ale so žiadnym z nich som nenapísal spoločnú prácu. Na druhej strane, veľa som sa u nich naučil a získal aj dobrých priateľov.

Aj tu mi prvý kontakt sprostredkoval V. V. Fedorov, ktorý Imperial College of Science and Technology v Londýne navštívil prv než ja a napísal spoločný článok s Anthony C. Atkinsonom. Tento článok nadväzoval na jeden náš starý článok z Dubny. Ďalší kontakt bol s Henry P. Wynnem z toho istého pracoviska a vznikol tiež na diaľku. Keď som poslal svoj prvý článok [11] do amerického *Annals of Statistics*, odpísali mi, že podobný článok už bol prijatý do tlače od H. P. Wynna, ale že môžu spublikovať jednu dôležitú konvergenčnú lemmu, na ktorú Wynn neprišiel. Tak sa aj stalo. Takže keď som ešte za socializmu, požiadal o pridelenie cesty do Anglicka z kvóty určenej pre SAV, vyhovel mi. Na Imperial College som stretol aj povestného profesora Davida Coxa, ako o tom píšem v mojom životopise. Angličania sa správali veľkoryso a získal som

informácie, ktoré som mohol využiť pri vylepšovaní anglickej verzie mojej monografie *Foundations of Optimum Experimental Design* [3]. Naviac zariadili, že som mohol cestovať aj do škótskeho Glasgowa, kde tiež bola silná štatistická skupina vedená prof. Samuelom Davidom Silvey, mimoriadne priateľským a múdрым pánom.

Podobnú asi mesačnú cestu do Británie som absolvoval ešte dvakrát, teraz už na pozvania Angličanov. Tí uhradili cestu a hotel, viedli so mnou odborné diskusie – no honorár nepatrí k zvyku; brali to tak, že plat mám doma a samotné pozvanie je uznávaním. Posledná takáto mesačná cesta sa uskutočnila v roku 1991, tesne pred mojim nástupom na univerzitu v Bratislave a bola spojená aj s pozvaním na oslavu 25. výročia vzniku katedry v Glasgowe. Žiaľ, prof. Silvey už vtedy nežil, ale získal som kontakt s ďalším profesorom D. M. Titteringtonom. Po ukončení osláv v Glasgowe zostal som ešte nejakú dobu v Londýne u Wynna, vtedy už profesora na City University London, s ktorým sme sa pokúšali nájsť spoločnú výskumnú tému. Nepodarilo sa, asi preto, že prof. Wynn mal silné inklinácie venovať sa abstraktným témam, čo mne nevyhovovalo. Na druhej strane, neprestal hrať dôležitú úlohu v mojom živote. Bol iniciátorom vzniku periodických konferencií mODa špeciálne venovaných designu experimentu, a vôbec bol priam aristokratickou osobnosťou a organizátorom medzinárodných matematických aktivít. Bol to koncepčne mysliaci matematik a organizátor, jednu dobu bol aj predsedom Royal Statistical Society. Taktiež mi nahral pozíciu v medzinárodnom združení pre priemyselnú štatistiku. Túto ponuku som postúpil Ekonomickej univerzite v Bratislave Podnikovohospodárskej fakulty v Košiciach. Svoju kariéru zavŕšil prof. Wynn profesúrou na London School of Economics.

Trochu iný bol môj dlhodobý kontakt s A. C. Atkinsonom, taktiež neskôr profesorom na prestížnej London School of Economics. Veľmi si obľúbil naše Probastaty a na jednom z nich sa zoznámil so svojou druhou manželkou, Poľkou Barbarou Bogackou, samozrejme štatističkou. Taktiež často citoval moju knihu *Foundations of Optimum Experimental Design* [3] a sám napísal knihy o designe experimentu, ale s úplne inou orientáciou než moje. Sú zamerané na priame využitie programovacích jazykov pri designe experimentu.

Britské putovanie som zavŕšil ešte konferenčným pobytom na pozvanie v Cardiffe, hlavnom meste Walesu. Z Glasgowa mám aj úsmevnú spomienku: raz som sa domácej, u ktorej som býval, postážoval na nekonečný dážď. Spýtal som sa, aký je teda rozdiel medzi letom a zimou. Odpovedala: „V lete je dážď teplý.“ Druhou kuriozitou z Británie bolo, že som na jednom pobyte objavil vtedajšiu novinku, tzv. domáce počítače a kúpil som značku Sinclair Spectrum pre svojho syna stredoškolačka. Bol to jednoduchý počítač, miesto obrazovky sa použil obyčajný televízor a miesto pamäte obyčajný magnetofón, ale dali sa na tom robiť zázraky. Napr. simulovať pristátie alebo štart lietadla. Syn si rýchlo našiel kontakty na rôzne počítačové hry, zaľúbil sa do počítačov, vyštudoval informatiku a dodnes sa ňou dobre živí.

**12. Vo Viedni ste mali možnosť aspoň čiastočne nahliadnúť do výberového konania na profesorské miesto. Ako takýto proces prebieha a čím sa podľa vás líši od slovenských pomerov?**

Moje vedomosti o tomto sú pravdaže sporadické. Ako som sa dozvedel, na uvoľnené miesto profesora sa prihlásilo asi 35 uchádzačov, viacerí z Nemecka. Komisia zostavená z profesorov niekoľkých viedenských univerzít vybrala najlepších piatich, ktorých potom postupne pozývala na celodenné pohovory. To znamená: uchádzači predniesli prednášku ako aj koncepciu svojej práce na fakulte a odpovedali na rôzne otázky, matematické, pedagogické aj organizačné. Potom voľne debatovali s niektorými potenciálnymi spolupracovníkmi na fakulte. Medzitým absolvovali spoločný obed s profesormi fakulty, ako aj s ich manželkami. Po takom „prekádovaní“ odišli a čakali na rozhodnutie. Až po návšteve všetkých vybraných kandidátov sa komisia údajne 2 dni dohadovala koho vybrať a zostavila poradie prvých troch uchádzačov. Výsledok ponúкло ministerstvu, ktoré mohlo poradie zmeniť, ale obvykle ho prijalo a pozvalo prvého kandidáta na pohovor o budúcom plate a iných podmienkach.

Ďalšie informácie som sa dozvedel neskôr v Nemecku, kde bola procedúra podobná. Prvou etapou na profesúru bolo získanie štipendia na post „privátneho docenta“. Po jej ukončení sa absolvent mohol prihlásiť do profesorského konkurzu, na ktoré si musel pripraviť prednášky na 3 rôzne témy. Uchádzač sa nemohol uchádzať o miesto na tej univerzite, na ktorej študoval, a teda cestoval po celom Nemecku, aby na niektorom konkurze uspel. Mladí uchádzači mi hovorili, že niektorí absolvujú aj 20 konkurzov, kým uspejú, alebo sa vzdajú a idú radšej pracovať do priemyslu. Čo je lákadlom pre uchádzačov, je okrem prestíže aj ohromný plat a vynikajúca penzia. Na druhej strane, keď profesor dosiahne 65 rokov, musí odísť do penzie a uvoľniť miesto mladším. Tento nútený odchod som pozoroval v prípade profesora Pukelsheima z Augsburgu, ktorý aj po odchode do penzie bol ešte plný pracovnej energie a rozhodol sa využiť svoje poznatky na reformu zaokrúhľovania volebných výsledkoch po bežných parlamentárnych voľbách. Po mnohoročnom úsilí nakoniec presadil svoj novátorský postup.

Pravda, dozvedel som sa aj o výnimkách. Jeden docent vo Viedni, ktorý sa chcel dostať na svoju materskú univerzitu, odišiel na niekoľko rokov pracovať do priemyslu a až odtiaľ sa hlásil, ako externý uchádzač o miesto na univerzite. Uspel, ale trýpol, či ho niekto nepredbehne. Druhou výnimkou bol jeden profesor, ktorý sa stal profesorom krátko po vojne, keď Hitler a vojna vyhnali mnohých kvalitných vedcov z Nemecka. Podmienky na profesúru boli vtedy mierne a výsledok občas katastrofálny. Nastúpila, preto nemecká tvrdá dôslednosť, ktorá priniesla kvalitu, ale potrápila uchádzačov. Tretia výnimka bola, že Rakúšania zaviedli aj „neštátnych profesorov“, avšak s menším platom aj penziou a viazaných na jedinú univerzitu. A nakoniec, ako som sa nedávno korešpondenčne dozvedel od jednej nemeckej profesorky, profesori po 65 rokoch dostávajú ešte možnosť pracovať pre fakultu, ale v inej pozícii.

### 13. Koho považujete za svojich najvýznamnejších žiakov? Aký bol váš štýl prednášania a skúšania?

Za svojich najvýznamnejších žiakov považujem predovšetkým svojich aspirantov. Ľudia, ktorí sa rozhodli venovať vede ďalej. S tými som mohol zdieľať nielen vedomosti, ale aj spôsob uvažovania o matematike. A často sa od nich aj niečo naučil.

Mal som samozrejme nielen aspirantov, ale aj diplomantov, predovšetkým hlavne v magisterskom štúdiu. Tu som mal dva zaujímavé príbehy. Jedna poslucháčka spod Tatier pôvodne chcela ísť študovať do Ruska, ale po zmene politických pomerov v Rusku, zostala na Slovensku. Tá bola skutočný matematický génus. Vypadala nenápadne, ale matematiku robila ľavou rukou, ako keby miešala obed na šporáku. Zaradil som ju medzi tzv. vedecké pomocné sily, t. j. viedla cvičenia, ale odmietla ísť na PhD. štúdium. Jednoducho, Bratislava sa jej nepáčila. Išla so svojim chlapcom na Oravu a stala sa profesorkou na gymnáziu. Až som tým jej žiakom závidel, že majú takú matematicku. Iný zaujímavý prípad bola diplomantka, ktorej som dal študovať konkrétny príklad "takmer singulárneho" regresného modelu. V takom modeli odhady parametrov majú obrovskú disperziu, teda sú nepoužiteľné. Ale dajú sa regularizovať, za cenu pridania malej systematickej chyby, keď sa umelo pridá do modelu vhodná apriórne rozdelenie pravdepodobnosti. Študentke som kázal nielen opísať príslušnú teóriu, ale aj simuláciami na počítači sa presvedčiť, že takýto jav naozaj nastáva. Bola úplne šokovaná, že simulácia dáva tie isté výsledky ako analytická teória a bola mi za túto diplomovku vďačná. Až tak, že mi po rokoch zo svojej rodnej Levoče, kam sa vrátila, poslala pekný pozdrav ku mojej 70-tke.

Prednáškovú činnosť som vždy bral ako samozrejmu súčasť učiteľského povolania, niečo, čo sa jednoducho má robiť, a má sa to robiť poctivo. Preto som sa vždy dôkladne pripravoval, aj keď som si detaily niektorých dôkazov nepamätal, ale dokázal som ich odvodiť priamo na prednáške. Aj príklady som občas vymýšľal na prednáške.

Niektoré predmety som prebral, iné som sám inicioval – napríklad kurz z Bayesovskej štatistiky alebo z regresných modelov. Prednášal som spôsobom, ktorý by som nazval rutinný, ale myslím si, že zodpovedný. Bol som prísny, niekedy možno až príliš, ale spravodlivý. Keď niekto nevedel, jednoducho nevedel.

Študenti nás hodnotili anonymne, čo bolo v poriadku. Pamätám si jednu študentku, ktorá v ankete napísala: „*Na prednášky som nechodila, ale na skúšku som sa tri dni v kuse učila a predstavte si, on ma aj tak vyhodil.*“ Na výstrahu som tento výrok prečítal všetkým poslucháčom ďalšieho školského roku. Nech sa nezosmiešňujú. Ale väčšina študentov bola poctivá a mnohí mali skutočný záujem. V tých časoch sa ešte zaujímali o dôkazy, pýtali sa, sponchybovali tvrdenia, hľadali logiku v každom kroku. To som mal rád. Neskôr to, žiaľ, upadlo – študenti sa naučili odpovede naspamäť a len ich „odrecitovali“.

Na skúškach som mal svoj vlastný systém. Mal som veľkú miestnosť, takže som zavolať 5 – 6 študentov naraz. Najskôr som im dával rýchle orientačné otázky. Chcel som okamžitú odpoveď, ale neznámkoval som to – išlo mi o celkový obraz. Odhalil som takých, ktorí prípravu úplne odflákali a prišli len „skúsiť“, či na to prídem. Takí museli

prísť na opravný termín. Tým čo obstáli, som dal každému jednu otázku, nech sa pokojne písomne pripraví. Potom som sa s nimi rozprával o tom, ako premýšľajú, nie len čo si pamätajú. Takto som najlepšie spoznal, kto sa v matematike naozaj vyzná.

Samozrejme, boli aj slabší študenti, to je prirodzené. Niektorí neukončili štúdium, ale iní sa prepracovali k veľmi dobrým výsledkom. A práve z takých sa neskôr stali moji ašpiranti, resp. po novom „doktorandi“.

**14. Po vašich skúsenostiach s doktorandmi – čo považujete za najdôležitejšie pri výchove novej generácie matematikov?**

Každý môj ašpirant, dnes by sme povedali doktorand, bol iný, musel som pochopiť jeho osobnosť. Neexistovala jediná metóda. Ale niektoré veci boli spoločné. Ktorý ašpirant urobil tzv. minimové skúšky, ten sa aj dočkal svojej kandidatúry, aj keď nie hneď. Samozrejme, iného (externého), ktorý argumentoval, že ašpirantúra sa dá urobiť „pri víne“, som ani nepripustil na skúšky. Druhá spoločná vlastnosť bola, že som sa vyhýbal písaniu spoločných publikácií s doktorandmi/ašpirantmi, aby som nebol v podozrení, že sa na nich priživujem. Dve výnimky, ale boli: U autistky Hornišovej, ktorú som musel vyprovokovať tým, že som sám napísal a publikoval konferenčný článok [69], v ktorom som ju uviedol ako spoluautorku, avšak PhD. dostala na základe ďalšieho, vlastného článku, ktorý vymyslela a publikovala bezo mňa. Druhým prípadom bola posledná doktorandka Burclová-Sternmuellerová. Tu boli 3 nepriaznivé okolnosti. Ja som už mal takmer 80 rokov a kludne som jej mohol byť starým otcom. Ďalej, bola tlačaná blížiacim sa tehotenstvom a vedel som, že mladé mamičky už nezvládnu náročnú prácu na dizertačke. Treťou okolnosťou bolo, že existujúci systém doktorátov kladie dôraz na „zbieranie bodov“ za rôznu činnosť. Tento systém riadenia a kontroly doktorandov síce zabraňuje vzniku extrémnej nekvality, ale bagatelizuje skutočnú tvorivú prácu. Takže hlavnú jej publikáciu [92] som vymyslel sám, ona robila rutinné technické detaily a boli sme dvaja autori (Práca získala 13 citácií). Podobne to bolo s konferenčným, článkom [91]. Jej ambíciou bolo napísať dizertačku v angličtine, čo zvládla sama a pridala rozbor inej, cudzej publikácie. Určite mala talent, ale nechtylo ju to za srdce a išla ako PhD pracovať do banky a viac o sebe nedala vedieť.

U tých najlepších doktorandoch, ako napr. Dvurečenskij alebo Harman to prebiehalo tak ako to popisuje známy humorista Mark Twain: *„Keď som vyrastal, neustále som otca kritizoval, ale keď som dospel zistil som, že otec mal predsa len v niečom pravdu.“*

Musím však povedať, že viac mi vyhovoval starý systém kandidátúr než ten dnešný doktorandský model. Ten starý sa volal príznačne – vedecká príprava. Jej cieľom bolo pripraviť mladého človeka na skutočnú vedeckú prácu. Myslím, že aj ďalší moji ašpiranti/doktorandi boli v živote mimoriadne úspešní aj bez toho, že by boli mojimi spoluautormi. A ochotne sa priznávajú ku mne.

**15. Ako by sa mal učiteľ podľa vás postaviť k študentom, ktorí majú z matematiky rešpekt alebo obavy?**

Toto je ťažká otázka, keďže som nikdy neučil na strednej škole a môžem odpovedať len na základe skúseností s mojimi dávnymi spolužiakmi, názorov mojej manželky-učiteľky a na základe mojich názorov o spoločenskej situácii.

Na strednej škole (dnešnom gymnáziu) som mal 22 spolužiakov a 23 spolužiačok. Ale len jedna spolužiačka rozumela matematike a fyzike. Inej som sa snažil vysvetľovať rezy ihlanov a hranolov pomocou papierových modelov. Zbytočne! Nemala žiadnu geometrickú predstavivosť. Podobne to bolo s ďalšími, neskôr schopnými poslucháčkami medicíny a iných humanitných odborov.

Takže matematika (a fyzika) vyžadujú talent. Druhá vec, že aj ten treba už v detstve, resp. v škole podchytiť. A sú takí učitelia, ktorí to vedia, ale sú nedostatočne platení a bojí sa, že ich ubúda.

Pomerne náročné vyučovanie matematiky na strednej škole je potrebné z celospoločenských dôvodov. Bez neho nebudeme mať inžinierov, a tých bezpodmienečne potrebujeme. Napríklad taká náuka o pružnosti a pevnosti materiálov v stavebníctve je náročná matematika. Alebo výpočet elektrických obvodov, ktorý využíva Fourierovskú analýzu, atď. Preto možno len oceniť snahy terajšieho ministra školstva, ktorý nalieha na povinnú maturitu z matematiky, aj keď na dvoch úrovniach. Ale pre tých, ktorí majú talent len pre humanitné odbory, zostane matematika naďalej strašiakom. Pre tých by bolo najlepšie, keby sa z matematiky nedalo prepadnúť.

Na inžinierskych vysokých školách vyrástli naši najlepší učitelia matematiky a fyziky: Schwarz, Ilkovič, Kluvánek, Mišík, Švec a ďalší. Ale poslucháčov je veľa, treba aj vysokoškolských učiteľov nižšieho rangu a tam sa dostanú aj tí slabší. A tí zdôrazňujú formálnu štruktúru matematiky, podľa jednej šablóny, ktorú sa sami v škole s námahou naučili, a nie jej tvorivý obsah. Ako aspirant som stretol jedného študenta inžinierstva, ktorý mi povedal vetu, na ktorú nezabudnem: „*Tá matematika je taký zvláštny odbor – oni nás učia, že hraničný bod je prvok množiny a súčasne nie je prvok množiny. To je čudné.*“

Takí špičkoví matematici ako Štefan Schwarz alebo Igor Kluvánek dokázali podať matematiku ľudske a pútavo. Schwarz vedel robiť populárne prednášky tak, že aj zložité myšlienky zrazu pôsobili jednoducho. A Kluvánek, ten bol pôvodne inžinier, cítil prepojenie medzi matematikou a technikou, čo jeho výklad robilo pútavým a zaujímavým. Takých ľudí bolo málo a je ich málo dodnes.

S matematikou je to trochu tak, ako s umením. Moja mama chcela mať zo mňa hudobníka. Bola húževnatá a dlhé roky ma viedla k hudbe – najskôr sama, potom som mal aj slávnych učiteľov. Posledný bol Roman Berger, uznávaný skladateľ, ktorý ma naučil, že nie je len jeden spôsob hrania na klavír – je ich veľa a všetky je potrebné sa naučiť, lebo je veľmi dôležité vedieť, ktorý kedy použiť. Toto som pochopil, ale súčasne som pochopil, že mi chýba jedna dôležitá vlastnosť hudobníka, a to hudobná pamäť, nazývaná tiež hudobný sluch, ktorý som po matke nezdedil. Po maturite som teda odmietol ďalej sa venovať klavíru. A tým sa skončila moja hudobná kariéra. Otec s úsmevom hovoril, že keby ma trénoval v šachu tak dlho, ako ma mama nútila hrať na klavíri, bol by som majstrom Slovenska.

Aj v matematike je to podobné – človek musí mať vnútorný cit a zároveň správneho učiteľa, ktorý ho neznechutí, ale povzbudí. Preto si myslím, že učiteľ má vždy hľadať spôsob, ako matematiku priblížiť jazykom, ktorému jeho študent rozumie. Inak sa mu stane to, čo tomu študentovi z techniky, že z nej zostane len čosi „čudné“.

**16. Ako spätne vnímate šach a logické hry v detstve – myslíte si, že boli prvým krokom k vášmu neskoršiemu matematickému mysleniu?**

To vám neviem celkom presne povedať, lebo som bol ešte dieťa, keď ma šach naučil hrať môj otec.

Najlepšie bude, keď porovnam jeho cestu šachom s mojou. Otec bol ekonóm, a to do 1948 popredný, riaditeľ v Národnej banke, potom vysokoškolský profesor i rektor. Šach sa naučil hrať počas štúdií a zostal mu verný po celý život. Stal sa mu existenčnou nutnosťou. Raz v staršom veku ho lekár poslal do kúpeľov. Vrátil sa znechutený: „*Taká nuda, nikto tam nehral šach*“. V jeho ekonomickej praxi bola však veľmi dôležitá psychológia, ktorú tiež študoval. Bol vynikajúcim organizátorom, preto šach nielen intenzívne hrával, ale tiež s obľubou a často organizoval. Aj matematiku na strednej škole výborne zvládal, ale nebol príliš prívržencom zavádzania matematického formalizmu do ekonómie. Pamätám si, že chodil na prednášky pre starších ľudí, ktoré viedol profesor Michal Greguš. A raz, po jednej prednáške, prišiel za mnou a pýta sa: „*Načo je vlastne dobrá absolútna hodnota?*“ A svoju otázku doplnil: „*Kladné čísla chápem – to sú úspory. Negatívne – to sú dlhy. Ale načo je tá absolútna hodnota?*“ Čo mu na to poviete? Z pohľadu ekonóma to naozaj nedávalo zmysel. Vysvetľoval som mu, že je to len pomocný matematický nástroj.

Samozrejme, on ma priviedol k šachu zhruba od mojich šiestich rokov. A mňa šach skutočne zaujal. Práve vtedy sa konal turnaj o majstra sveta v šachu po Alechinovej<sup>15</sup> smrti a vyhral ho Botvinnik<sup>16</sup>. Ja som vedel mená všetkých účastníkov turnaja a viaceré šachové partie som sa naučil naspamäť, z vlastnej iniciatívy, pre moje potešenie. Aj proti otcovi som hrával, ale takmer vždy ma porazil, aj keď mi dal značného fóra<sup>17</sup>. Potom som často hrával s jedným spolužiakom, ale v 15-tich rokoch som prestal a v podstate nikdy som sa ku šachu nevrátil. Je teda pravdepodobné, že šach mi

---

<sup>15</sup> *Poznámka editora:* Alexander Alexandrovič Alechin (1892 – 1946) bol ruský-francúzsky šachový veľmajster, v rokoch 1927 – 1935 a 1937 – 1946 držal titul majstra sveta. Je považovaný za jedného z najväčších šachistov histórie. Pre svoj štýl bol známy výnimočnou kombinatorikou, bohatou teóriou otvorení a literárnym prínosom pre šach (napísal množstvo kníh a analýz). (*Zdroj: Wikipedia*)

<sup>16</sup> *Poznámka editora:* Michail Moisejevič Botvinnik (1911 – 1995) bol sovietsky šachový veľmajster a stal sa 6. oficiálnym majstrom sveta v šachu, titul držal trikrát: 1948 – 1957, 1958 – 1960 a 1961 – 1963. Okrem kariéry šachistu bol vzdelaný elektroinžinier — vyštudoval techniku v Petrohrade a neskôr sa venoval aj vedeckej práci a vývoju počítačového šachu. Po skončení aktívnej turnajovej kariéry v roku 1970 sa venoval vývoju šachových programov, písaniu, trénovaniu mladých talentov a popularizácii logického, systematického prístupu k šachu. (*Zdroj: Wikipedia*)

<sup>17</sup> *Poznámka editora:* fóra – v šachu znamená poskytnúť protihráčovi určitú výhodu (napr. materiál, čas alebo ťahy), aby bola partia vyrovnanjšia.

pomohol získať záujem o matematiku, ale tá mi ho nahradila. A reálny zmysel matematiky som hľadal vo fyzike a potom náhradne v štatistike.

Otec mi ukázal, že logické myslenie je o spôsobe, ako sa človek pozerá na svet. Ochoťne so mnou viedol nekonečné debaty o čomkoľvek, kde sme obaja súperili logickými argumentami. Aj to ma iste zblížilo s matematikou.

### 17. Aké miesto by podľa vás mala mať matematika v spoločnosti a vo vzdelávaní?

To je opäť ťažká otázka. Pokúsim sa radšej prispieť k odpovedi na ľahšiu otázku: *Čo by mal vedieť z matematiky bežný absolvent základnej školy?*

Diskusie s ľuďmi, najmä s tými, ktorí nie sú matematikmi, ma neraz prinútili zamyslieť sa nad tým, načo vlastne bežní ľudia potrebujú matematiku. Pamätám si nedávny rozhovor s jednou redaktorkou, ktorá matematiku na vysokej škole síce neštudovala, ale zhodou okolností bola kedysi žiačkou mojej manželky na strednej škole a mala z matematiky štvorku. Položila mi jednoduchú, ale zásadnú otázku: „*Prečo sa vlastne učíme matematiku? Prečo musí byť postrachom pre mnohých?*“ Odpovedal som jej, že treba jasne rozlíšiť matematiku podľa stupňa školy. Iná je na základnej, iná na gymnáziu a celkom iná na vysokej škole.

Na vysokej škole je to bez diskusie – tam musí mať človek talent. Ak ho nemá, nech si zvolí iný odbor. Technik musí mať určitý druh matematického čítania. Nevieť si predstaviť inžiniera, ktorý by nemal vzťah k matematike.

Na základnej škole je to však iné. Tam sa deti nemajú učiť zbytočnosti. Kedysi sme sa naspamäť učili algoritmy, ako sčítovať viacciferné čísla, ako násobiť, deliť, dokonca aj ako odmocňovať. Dnes už to všetko urobí kalkulačka. Preto si myslím, že na základnej škole by sa deti nemali učiť bezmyslienkovité výpočty, ale mali by sa učiť rozumieť číslam, najmä tým, ktoré sa týkajú života. Musíme ich už na nižšej strednej škole naučiť narábať s financiami. Lebo mnohí ľudia si neuvedomia, ako im inflácia zožerie úspory. Aj ľudia so základným vzdelaním a toľko so stredoškolským vzdelaním, by mali chápať, čo znamená úrok, prípadne ako sa počíta zložené úrokovanie, že existujú aj úroky z úrokov. To sú praktické veci, ktoré budú potrebovať celý život. A na to je matematika nenahraditeľná. A súčasne, keďže na presné výpočty majú kalkulačky, mali by byť schopní robiť spamäti kontrolné výpočty. Nie celkom presné, ale orientačné, aby výsledky z kalkulačky vedeli rýchlo orientačne skontrolovať. Veď na kalkulačke stačí sa pomýliť pri stlačení jediného symbolu a dostaneme úplný nezmysel.

A zo strednej školy by si mali odniesť aspoň niečo o pravdepodobnosti, aby netvrdili, ako mi tvrdil ktosi o vtedajšej Športke: „*Predsa nie je možné, aby som z tých 49 čísiel neuhádol 7 čísiel, ktoré vedú k výhre.*“ A mali by vedieť narábať so zlomkami a rozumieť čo znamená slovo „percento“. Neuveríte, ale manželka musela kolegyniam, stredoškolským profesorkám, vysvetľovať čo sú to percentá a ako sa počítajú. Pravda teraz je móda hovoriť namiesto „percento“ radšej „percentuálny bod“. Asi to je učnejšie. Je to správne? To je skôr otázka pre psychológov.

Myslím si, že matematika by sa mala aj naďalej vyučovať na základných a stredných školách v historickom poradí tak, ako sa sama vyvíjala. Treba začať od starovekej

matematiky, od výberu z konkrétnych problémov, ktoré ľudia kedysi riešili, a až postupne prechádzať k abstrakcii. V tomto smere trochu protirečím významnému pedagógovi prof. Milanovi Hejnému, ktorý zaviedol svojho času do vyučovania na základnej škole množiny. Mne sa to videlo na tomto stupni vzdelania ako dosť bezobsažný pojem, akési „učené slovo“.

Mňa fascinovalo, keď som v detstve zistil, že pomocou geometrie, teda pomocou podobných trojuholníkov, sa dá zistiť výška nedostupného stĺpu alebo stromu. Bola to matematika alebo fyzika? Oboje, pretože geometria je teória reálneho priestoru, v ktorom všetci existujeme. A to všetko vedeli už starí Gréci a platí to dodnes. Nie je to fascinujúce?

A ešte niečo sa dá vyťažiť z historického prístupu. Čoho som sa v mojej škole nedočkal. Spojiť výklad o dávných pokrokoch matematiky s farbistým dejinným vypráváním. Aj dnes sa niekedy používajú rímske číslice. Šikovnejších žiakov možno upozorniť na to, ako sú rímske číslice v porovnaní s našimi „arabskými“, alebo skôr „indickými“ nepraktické. A tých skutočne najšikovnejších sa možno spýtať, či by sami vedeli navrhnúť aj inú sústavu ako desiatkovú, a hneď možno upozorniť na existujúce slovenské slová ako „tucet“ a „kopa“, ktoré svedčia, že aj u nás sa používali aj iné sústavy ako desiatková. Nakoniec používajú sa dodnes pri meraní času hodinami, minútami a sekundami, atď.

Na záver prepáčte mi, ak vykladám to čo naši poprední pedagógovia dobre vedia. Aspoň podopriem ich názor.

#### 18. Kam sa podľa vás uberá dnešná matematika ako veda? Aké trendy vnímate na Slovensku a vo svete?

To je veľmi ťažká otázka. Na prelome tisícročia bola vydaná medzinárodná knižná publikácia, kde renomovaní matematici z rôznych krajín mali predpovedať, kam sa matematika bude uberať. Podľa mňa vznikla zbytočná, nezaujímavá publikácia, nemala dušu ani jednotnú líniu.

Niečo nové sa však objavilo, čím sa matematici musia zaoberať, čo by bolo treba predpovedať, čo neexistovalo, keď som ja bol aktívny. Je to umelá inteligencia – Artificial Intelligence (AI). Syn mi ju nainštaloval a ja sa s ňou občas rozprávam. Zistil som, že som jej ešte nepoložil žiadnu učebnicovú matematickú otázku, na ktorú by nevedela odpovedať. Vie integrovať, derivovať, počítať limity – všetko. Skúšal som ju aj z dôkazov. Spýtal som sa: „Ako možno dokázať, že druhá odmocnina z čísla 2 je iracionálna“, t.j. nedá sa zapísať ako podiel dvoch celých čísel. A AI mi navrhla správny, jednoduchý postup dôkazu.

Nevieme, kam to povedie. Možno o pár rokov matematici nebudú mať prácu. Je to veľká výzva. V každom prípade AI rozhádže dnešnú koncepciu vyučovania a hlavne skúšania na školách. Dokáže sa armáda učiteľov matematiky rýchle prispôbiť tejto novej situácii? AI dá na mnohé otázky rýchlu a presnú odpoveď, a študent si potom povie, na čo sa má ešte trápiť. Naviac, zdôrazni sa jeden už existujúci aspekt života: Človek, ktorému to nemyslí, kto sa správne a neustále nevzdeláva, bude ešte ľahšie

manipulatívny, ľahko oklamateľný. Pravda, matematika nie je len o výsledku, je to spôsob myslenia, hľadania, pochybovania, dokazovania. A to, dúfam, za človeka ešte dlho nikto neurobí, a v AI matematik nájde nie svojho protivníka, ale skôr nový predmet svojho bádania.

**19. Keď spomínate spory o štatistické metódy v Dubne – ako vás tieto diskusie ovplyvnili v chápaní pravdy v matematike?**

Diskusia o tom, aká štatistická metóda je najlepšia, s chápaním pravdy v matematike nemá nič spoločného. Už viac ako 100 rokov fyzici uznávajú, že výsledky v jadrovej a časticovej fyzike sú nevyhnutne náhodné, a to napriek odporu Einsteina k tejto predstave. Proste, svet jadrovej fyziky je zákonite iný, než ten, ktorý našimi zmyslami bežne vnímame. Napriek tomu je jadrová fyzika prísne matematická teória (kvantová mechanika), akurát že používa aj istú teóriu pravdepodobnosti, ktorá je tiež prísne matematická. Teda keby fyzici opakovali merania nekonečne krát, asi by nepotrebovali štatistiku, ale len teóriu pravdepodobnosti. To však nie je možné, aj z finančných dôvodov. Fyzikálny model experimentu, o ktorý v Dubne išlo, bol presný matematický model vypracovaný v USA. Zo štatistického hľadiska išlo o regresný model, a to nelineárny, t. j. taký, kde stredné hodnoty priamo meraných veličín sú nelineárnymi, ale známymi funkciami neznámych veličín (tzv. parametrov), ktorých hodnotu fyzik potrebuje určiť. Tieto sa v Dubne určovali metódou najmenších štvorcov, čo je tiež presná matematická metóda, aj keď numerický výpočet sa musel vykonávať iteračne na počítači. Dostaneme takto nejaké numerické hodnoty parametrov, ktoré v štatistike nazývame „odhady“. Keďže priamo merané veličiny sú náhodné, odhady parametrov musia byť tiež náhodné, teda nepresné. Problém je, ako oceniť presnosť týchto odhadov. Keby matematický model formulovaný fyzikmi patril medzi tzv. lineárne regresné modely, tak máme poruke krásnu matematickú teóriu, ktorá presne určuje disperzie odhadovaných parametrov. Problém je, že model, ktorý vypracovali fyzici bol nelineárny. Tu sa bežne používa nasledujúci postup. Nelineárny model sa aproximuje lineárnym, a to pomocou Taylorovej formuly. Problém, ktorým som sa zaoberal je v tom, že táto aproximácia môže byť totálne nevhodná, ak skutočné disperzie priamo pozorovaných veličín sú „veľké“ a nelinearita modelu „značná“. Či k tomu nedochádza sa v princípe dá overovať nejakým štatistickým testom, t. j. dobre premysleným výrazom využívajúcim namerané dáta. Fedorov a jeho školiteľ navrhli jeden taký test, ale ten bol kritizovaný pre svoju zlú efektívnosť, vyjadriteľnú tzv. chybou druhého druhu. Ja som navrhol iný, lepší test.

Dnes, po mojich skúsenostiach z prednášok z Bayesovskej štatistiky, navrhol by som pomocou nej úplne iný postup na zisťovanie, či meraní bolo vykonaných dosť na to, aby sa zmysluplne použila metóda najmenších štvorcov aj v danom nelineárnom regresnom modeli.

**20. Ako sa podľa vás štatistika vyvinula – od svojich historických počiatkov až po modernú matematickú štatistiku?**

Myslím, že štatistika vznikla nie na podnet matematikov, ale z určitých spoločenských požiadaviek, niekedy dosť rôznorodých. Pokúsim sa predniesť moje kusé vedomosti o tejto téme.

Za krajinu, kde vznikla štatistika sa považuje Anglicko v 17. storočí v dobe maximálneho koloniálneho rozvoja. Napríklad taká India mala dramaticky viac obyvateľov než Anglicko a spravoval ju obmedzený počet úradníkov. Ako mali vedieť koľko je v krajine mlynov, pestovateľov rôznych plodín, atď.? Vznikla potreba odborníkov, ktorý vedeli z dát o malom počte prevádzok usúdiť aká je celková situácia. Podarilo sa to, podstatne to pomáhalo riadiť štát, a preto vznikol názov „štatistika“. Inou takou žiadanou informáciou bolo predpovedanie volebných výsledkov. V USA v 30-tych rokoch 20. storočia vychádzal obľúbený vzdelávací časopis<sup>18</sup> vo vyše miliónovom náklade. Aby ešte zväčšil svoju popularitu rozhodol sa predpovedať volebné výsledky, a to tak, že sa spýtal každého čitateľa, koho bude voliť. Výsledky neboli veľmi dobré. Vtedy sa istý pán George Gallup rozhodol, že na to pôjde inak. Vybral si malý počet osôb, ktorý dobre reprezentovali celú populáciu a len tých sa pýtal. Predpovede boli veľmi dobré. Ľudia si mysleli, že časopis ich oklame a vraj ho prestali kupovať. Takto vznikli prieskumné agentúry, ktoré dobre poznáme aj dnes. Počet ich respondentov sa pohybuje len okolo tisíc osôb, ale výsledky sú veľmi dobré. Ako si vyberajú respondentov je ich dobre strážené tajomstvo. Možno si tu ale všimnúť dve veci. Iné prieskumy, ktoré sa často robia počas volieb pri odchode voličov z volebných miestností, majú omnoho väčšie množstvo respondentov, ale predpovede nie sú lepšie. Proste respondenti nie sú premyslene vybraní. Druhou vecou je fakt, že predpovede sú horšie u tých volených subjektov, ktoré majú slabšie volebné výsledky. Tento fakt má matematické vysvetlenie. Volby sa dajú modelovať ako náhodný výber z multinomického rozdelenia a dá sa ľahko dokázať, že náhodné výbery z takéhoto rozdelenia majú pre malé hodnoty väčšiu relatívnu disperziu, než pre tie veľké.

Treba povedať, že teória pravdepodobnosti, na rozdiel od štatistiky, mala od začiatku matematický základ. Účastníci hazardných hier si všimli, že relatívny počet určitých výsledkov je dosť stabilný, a teda predpovedateľný. Požiadali popredných matematikov, aby to vysvetlili. Takto vznikla teória pravdepodobnosti, ktorá mala tiež svoj vývin. Z pomerne jednoduchej teórie vznikla v 20. storočí omnoho komplikovanejšia teória, a to teória miery na tzv. sigma-algebrách. Tá potom bola podkladom pre vznik značne abstraktnej teórie náhodných procesov. U nás špičkovým odborníkom v teórii miery bol prof. Tibor Neubrunn.

Ale vráťme sa k štatistike. Istý anglický duchovný, Thomas Bayes, sa zaoberal biologickými pokusmi. Numerické výsledky z týchto pokusov boli evidentne náhodné, a navyac, to čo priamo meral sa nezhodovalo s tým, čo sa chcel dozvedieť. Keďže v tom čase francúzsky matematik Abraham de Moivre napísal knihu o počte

---

<sup>18</sup> *Poznámka editora:* Išlo o americký časopis *The Literary Digest*, ktorý v prezidentských voľbách v roku 1936 predpovedal jasné víťazstvo republikána Alfa Landona, pričom Rooseveltovi prisúdil len približne 43% hlasov. Skutočný výsledok bol však opačný: Franklin D. Roosevelt zvíťazil drvivým rozdielom a získal vyše 60% hlasov. Predpoveď časopisu sa tak mylila o viac než 39%.

pravdepodobnosti, Bayes sa rozhodol použiť túto teóriu. Takto vytvoril základy dnešnej Bayesovskej štatistiky. Ja ju pokladám za dôležitú disciplínu, aj keď operuje s nie príliš jasným pojmom „apriórnej pravdepodobnosti“. U Bayesa už možno hovoriť o matematickej štatistike a nie o štatistike verejných prieskumov.

Ďalším priekopníkom matematickej štatistiky bol význačný matematik Carl Friedrich Gauss, ktorého poverili meraním územia jedného nemeckého kniežatstva. Aby dosiahol potrebnú presnosť meraní, vymyslel metódu najmenších štvorcov a matematický model, ktorý nazývame dnes regresný. Má jednu úžasnú vlastnosť. Fyzik sa spravidla snaží merať vždy len jeden jav, nie viac naraz. Ale v geodézii to nešlo – tam bolo potrebné určiť viacero veličín súčasne. A regresný model to umožňuje a výdatne pri tom používa maticovú algebru. Teória tohto modelu sa postupne vyvíjala, možno tu spomenúť význačnú Gaussovú-Markovovu vetu, atď. V našich časoch sa pri rozvoji maticovej algebry pre regresné modely vyznamenal americký matematik indického pôvodu, C. R. Rao, ktorý bol hosťom aj jedného nášho Probastatu.

Na začiatku 20. storočia metódu najmenších štvorcov význačne posunul dopredu opäť britský matematik Ronald A. Fisher. Pôvodom bol fyzik a matematik, výborné výsledky dosahoval aj v genetike. Následne asi 20 rokov pracoval v poľnohospodárskom výskume, kde problémom bolo zistiť ako rôzne faktory, slnko, pôda, vlhkosť, rôzne typy hnojív, atď. vplývajú na výslednú úrodu. Keďže dodnes nepoznáme biologickú teóriu, ktorá by tieto procesy vysvetľovala, zdala sa to neriešiteľná úloha. Ale Fisher to vyriešil, aj keď približne, a to s použitím metódy najmenších štvorcov, vo veľmi jednoduchom regresnom modeli. Vybudoval na to podobor štatistiky, ktorý nazval „analýza rozptylu“. Navyše, vyvinul aj metódu ako správne naplánovať oševné plochy a v tomto zmysle bol zakladateľom optimálneho designu experimentu, ktorým som sa aj ja zaoberal, ale v značne inom než poľnohospodárskom kontexte.

Dôležitou oblasťou využitia a rozvoja matematickej štatistiky boli a sú lekárske výskumy. Žiadna nová lekárska metóda, nový liek sa nedá odporúčať na základe výsledkov jediného pacienta. Treba výskum robiť na mnohých pacientoch, prípadne výsledky porovnať s inou, tzv. kontrolnou skupinou pacientov, ktorým liek nepodávame, ale oni to nevedia, atď. Keď som svojho času dostával ako „fellow“ časopis *Royal Statistical Society*, vždy tam boli aj inzeráty na voľné pracovné miesta pre štatistikov. Prakticky všetky ponuky boli na lekárske pracoviská. Priekopníkom použitia štatistických metód v lekárstve u nás bol lekár, prof. Miroslav Mikulecký a pomáhal mu štatistik, prof. Lubomír Kubáček. Nevieť však, či sa im podarilo presvedčiť našu lekársku komunitu o potrebe takýchto metód aj u nás.

Od Anglicka neskôr štafetu štatistiky prevzali Američania, ktorí ju istý čas považovali za jednu z najdôležitejších matematických disciplín. Všetko sa začalo robiť cez štatistiku – od priemyslu po správu štátu.

A pri rozvoji americkej pravdepodobnosti a štatistiky vznikli pozoruhodné nové disciplíny. Asi v 40-tych rokoch minulého storočia bolo potrebné znížiť skreslenia správ prenášaných cez podmorské káble. Istý americký inžinier a matematik, Claude Shannon, zaviedol pomocou teórie pravdepodobnosti istú mieru množstva informácie.

Pomocou nej sformuloval matematické podmienky, za ktorých existuje také kódovanie signálov, ktoré zaručuje, že správy budú prenášané káblami bez skreslenia. Tento výsledok naštartoval rozsiahly matematický výskum v disciplíne nazvanej teória informácie. Aj v Prahe vznikol takto Ustav teorie informace a automatizace ČSAV, kde aj mňa vyškolili z teórie pravdepodobnosti.

Druhým takým významným americkým výsledkom bolo spojenie matematickej štatistiky s teóriou hier. Výsledok nazvali teóriou štatistického rozhodovania. Mala svoj dosah v ekonómii, u nás ju propagoval prof. Kotzig, po jeho odchode som prevzal príslušnú prednášku ja.

Asi málokto vie, že taký významný trend akým bol vznik kybernetiky, tiež súvisel s teóriou pravdepodobnosti. Jej zakladateľom bol americký vedec Norbert Wiener. Mimoriadne talentovaný, venoval sa najprv filozofii, a keďže sa špecializoval na filozofiu matematiky, dôkladne sa s matematikou oboznámil. Zaujala ho teória pravdepodobnosti. Bol tvorcom veľmi dôvtipného Wienerovho náhodného procesu, nazývaného tiež Brownovým pohybom, podľa biológa, ktorý pozoroval náhodný pohyb peľových častíc v tekutine. Aj Albert Einstein sa zaoberal týmto pohybom a využil ho na dôkaz existencie molekúl. Cez vojnu Wiener riešil problém zameriavania nepriateľských lietadiel protiletectvým delostrelectvom. Je zrejmé, že tu bolo treba využiť pravdepodobnosť a súčasne bolo treba vytvoriť akúsi matematickú teóriu riadenia. A túto teóriu Norbert Wiener vytvoril a pomenoval ju gréckym slovom kybernetika.

## 21. Ako vnímate význam matematickej štatistiky pre každodenný život a myslenie ľudí?

Je nesporné, že štatistické prieskumy, ktoré organizuje štát, alebo veľké firmy, napr. nadnárodné obchodné spoločnosti, majú vplyv na každodenný život ľudí. Takisto medicína, alebo farmácia, tak ako som písal, nemôže robiť seriózne závery zo svojej praxe a zo svojich výskumov bez použitia štatistických metód. Som presvedčený, že každá organizácia, ktorá otvára novú lotériu, si dá vypočítať presnú pravdepodobnosť svojich výsledkov, a tým veľmi spoľahlivo aj svoj zisk. Keď investujete v banke nejaké peniaze do dlhopisu, oznámia Vám, do akej kategórie rizika budete zaradený, čo je určite určené aj na základe pravdepodobnostných výpočtov. Ale ako je to s výpočtami jednotlivca? Profesor Huťa, keď sa ho spýtali, prečo on ako odborník na teóriu pravdepodobnosti nevkladá svoje peniaze do lotérie odpovedal: „*Práve preto!*“. Už som spomínal skutočný prípad nie zámožného otca rodiny, ktorý každý týždeň vkladal peniaze do tipovania športky s argumentom, že predsa nie je možné, aby z tých možných 49 čísiel neuhádol ľahko tých potrebných 7 čísiel. Na takéto situácie je najlepšie sa naučiť aspoň základy kombinatorickej pravdepodobnosti. Ale ako je to so zisťovaním informácie podľa vlastných prieskumov? Nemáte šance získať erudíciu takého Gallupa, ale trochu logického myslenia Vám pomôže vyhnúť sa absurdným záverom. Aby ste nedopadli ako v tom vtipe, keď pána, ktorý preberal veľký zväzok 5-eurových bankoviek vyzvali, aby si preveril správnosť odovzdanej sumy. On začal počítať: „*Jedna, dva, tri, štyri, päť...*“. Zastavil sa a povedal: „*Keď to potiaľ súhlasilo, iste to bude aj ďalej súhlasiť!*“ Tak toto určite nebol správny náhodný výber!

Aj jednotlivcom teda treba štatistické myslenie. To by sa mali deti učiť už na základnej škole. Aby vedeli počítať, ale aj rozmýšľať. Aby pochopili, že svet nie je len čierny alebo biely, ale že sa v ňom veľa vecí deje s určitou pravdepodobnosťou.

Záujemcom, ktorí sa chcú pomocou serióznej matematiky oboznámiť ako možno pomocou pravdepodobnosti posúdiť niektoré spoločenské situácie, odporúčam výbornú knihu českého matematika prof. Jiřího Anděla *Matematika náhody*, vydané na Karlovej univerzite v roku 2000 a preloženej aj do angličtiny. V tejto knihe, napr. ukazuje ako možno pomocou matematiky odhaliť manipuláciu volebných výsledkov a pod. Pravda čítanie tejto knihy už vyžaduje značnú matematickú erudíciu.

**22. *O vedeckom myslení a intuícii. Matematika sa často spája s logikou a presnosťou, no vo vašich odpovediach sa často objavuje aj slovo „intuícia“. Aké miesto má podľa vás intuícia vo vedeckom myslení?***

Slovo „intuícia“ sa dá preložiť ako „voľne sa objavujúci nápad“ a myslím si, že ne jeden výskumný výsledok, aj v matematike, začína takto. Ale potom musí prísť formalizovaný matematický postup systémom: definícia, veta, dôkaz a až potom idú príklady a diskusia. Z mojej skúsenosti môj „objav“ rozdelenia pravdepodobnosti odhadov v nelineárnej regresii započal pohrávaním sa s dvojrozmernými obrázkami a pokračoval zovšeobecnením na vyššie rozmery. Pravda reakcia tých, ktorým sa o podobný výsledok snažili, ale nepodaril sa, bola postupne: a) tento výsledok je chybný, b) postup autora je nezmyselný, c) však my sme tento výsledok už dávno vedeli. V takom prípade už viete, že ste našli niečo originálne a nesmiete sa nechať znechutiť. Bránil som sa tým, že som našiel iný dôkaz toho istého tvrdenia, ktorý bol od začiatku formalizovaný, ale podľa mňa menej zaujímavý. Podobný postup som použil pri svojej poslednej publikácii z roku 2022, keď som sa zahrával s akýmisi jednoduchými formulami, ktorá viedli k akejsi konvexnej štruktúre a potom som postup formalizoval pre všeobecnejšie situácie. Žiaľ nemám už sily týmto výskumom sa zaoberať, ale verím, že bude mať nasledovníkov.

**23. *O vedeckej etike a spolupráci. Dnes sa veľa hovorí o publikačnom tlaku a potrebe zbierať body. Ako sa podľa vás zmenila vedecká kultúra od vašich začiatkov a čo považujete za etické vo vede?***

Spolupráca je potrebná, ale váš spolupracovník vás nesmie zneužívať, ani vy nesmiete zneužívať jeho. Je to podobne ako v bežnom živote, niekedy vznikajú aj nedorozumenia. Je to teda práve o tej etike a práve preto som sa vyhýbal, možno prehnane, pripisovaniu sa na práce mojich doktorandov, okrem dvoch nevyhnutných prípadov, tak ako to píšem v životopise. Čo sa týka prehnaneho zbierania bodov, je to hlavne dôsledok centrálného, niekedy byrokratického riadenia vedy. Systém odhaľuje tých najväčších príživníkov, ale niekedy znechucuje tých, ktorých veda naozaj priťahuje. Časy

osvieteneckých panovníkov, ktorí veľkoryso podporovali špičkových vedcov sú dávno preč.

**24. V rozhovore spomínate hudbu aj šach. Vidíte medzi matematikou a umením vnútorné prepojenie?**

Cieľom hudby je pôsobiť na city poslucháčov, cieľom matematiky je rozvíjať logické myslenie, a tým vytvárať dojem, možno iluzórny, že svet sa dá dobre usporiadať. Ale boli matematici, ktorí boli aj výbornými a zapálenými hudobníkmi, napr. u nás profesor B. Riečan. Pravda, u neho som mal dojem, že robí matematiku pod vplyvom hudby a nie hudbu pod vplyvom matematiky. Bolo to veľmi pozitívne pri popularizácii matematiky, v čom bol nedostižný, menej som to oceňoval v teórii miery, kde prof. Neubrunn bol podľa mňa lepší. Na druhej strane sa hovorí, že komponovanie špičkovej hudby vyžaduje aj schopnosť prísne logicky myslieť. Ja sám som na sebe podobné spojenia pocítil jedine v tom, že každodenné cvičenie na klavíri vyžadovalo neuveriteľnú disciplínu, ktorá sa mi zišla aj v matematike.

**25. Ak by ste mali jednu vetou odkázať budúcim generáciám, prečo má zmysel venovať sa matematike – čo by ste im povedali?**

To je nesmierne ťažká otázka, pretože doba sa veľmi rýchlo mení, aj pod vplyvom prevratných nových technológií, ktoré ja neovládam. Ale verím, že matematika, ktorá bez otrasov prežila tisícročia, bude zmysluplná aj pre ďalšie generácie. A zostane nielen zamestnaním ale aj dobrodružstvom poznávania.

**ZÁVEREČNÉ POZNÁMKY**

Keď sa odborník zaoberá nejakou oblasťou, musí sa zaujímať aj o zaradenie svojich aktivít do podstatne širšej aktivity a o ich spoločenský dosah. V tomto zmysle treba chápať aj moje odpovede na otázky číslo 12 až 20. Ja som však bol v rozhodujúcu časti svojho života hlavne výskumníkom, čo vyžadovalo venovať sa dosť úzkej oblasti matematiky, a až potom som sa stal vysokoškolským profesorom už v značne širšej oblasti poznania, ale stále len v striktnej matematike.

Pokiaľ chce niekto získať rýchly prehľadný obraz o mojej výskumnej aktivite a o mezinárodnej odozve na ňu, nech si pozrie na internete moju stránku na Google Scholar. Môže sa dozvedieť nielen čo som kedy a v akom časopise publikoval, ale aj to, aký ohlas, aké citácie a od koho získali tieto práce.

Nakoniec, chcem sa poďakovať Katolíckej univerzite v Ružomberku, a menovite jej prorektorovi docentovi Štefanovi Tkačikovi, že sa podujali zmapovať situáciu v slovenskej matematike, a že donútil aj mňa novým spôsobom sa zamyslieť nad mojim, v podstate už minulým matematickým životom.