

Rozhovor s prof. RNDr. Stanislavom Jendroľom, DrSc. o poslaní matematiky v jeho živote a názoroch na vzdelávanie matematiky

1. Spomínate si na svoje prvé vystúpenie na konferencií? Ako to ďalej pokračovalo?

Moje prvé verejné vystúpenie bolo v roku 1972 na 4. konferencii slovenských matematikov v Jasnej. Téma môjho príspevku *O symetrických trojvalentných mnohostenoch* nadväzovala na zmienené publikované články. Vystúpenie nedopadlo podľa mojich predstáv. Ja som si pripravil, že budem prezentovať kompletný dôkaz, ale vystúpenie malo mať maximálne 15 minút. Samozrejme musel som skončiť niekde v polovici dôkazu. Bolo to dosť rozpačité, o čom svedčili aj poznámky už vtedy uznávaných matematikov, ako napr. prof. Palo Brunovský. Trvalo mi určitý čas, kým som sa naučil, ako vysvetľovať niektoré problémy a ako si pripraviť prezentáciu prednášky. V tomto mi veľmi pomohol otec známeho didaktika matematiky prof. Milana Hejného, pán Vít Hejný. V tom čase bol učiteľom matematiky na Obchodnej akadémii v Martine. Začiatkom sedemdesiatych rokov (asi v roku 1973) mal zaujímavé semináre v Košiciach o psychologických problémoch vyučovania matematiky a práve tam sme sa spolu zoznámili. Jeho cyklus prednášok bol pre mňa veľmi zaujímavý, lebo som si dokázal uvedomiť, kde robím pri prednáškach chyby, a tak sa mohol môj hovorený prejav a moje vystupovanie výrazne zlepšiť. Keďže bolo veľmi ťažké cestovať v tom čase do zahraničia, svoje výsledky som prezentoval na česko-slovenských konferenciách a seminároch. Musím povedať, že v tom čase som stretol veľmi veľa prajných matematikov, okrem prof. Jucoviča spomeniem doc. Ladislava Nebeského (zaoberal sa matematickými modelmi v lingvistike a teóriou grafov), RNDr. Juraja Bosáka, DrSc. a prof. Štefana Známa (významným spôsobom podnietili rozvoj teórie grafov na Slovensku), ktorí mi po prednáškach stále dávali rady, ako sa zlepšiť, čo by bolo vhodné urobiť ináč.

Rád si spomínam na Československú konferenciu z teórie grafov v roku 1991. Bola to prvá väčšia konferencia, ktorú som organizoval ako šéf organizačného výboru. Uskutočnila sa na Zemplínskej Šírave. Účastníkmi boli naši priatelia Hansjochim Walther z Nemecka (v tom čase bol spolkovým ministrom pre osobitné veci v nemeckej vláde Helmuta Kohla), prof. Gyula O. H. Katona z Maďarska, prof. M. Borowiecki a prof. Z. Skupień z Poľska a ešte pár cudzincov, mená si už nepamätám. Konferencia bola po odbornej stránke veľmi vydarená. Skupina okolo prof. Walthera prezentovala

svoje výsledky o cykloch v polyédroch, čo bola mne veľmi blízka téma, a o zafarbeniach grafov, ktoré sme tiež v KOKOS-e študovali. Skvelá bola aj spoločenská atmosféra podporená nádherným počasím a dobrým vínom. Vtedy padlo rozhodnutie, že musíme pokračovať v stretnutiach a upevniť svoju spoluprácu aj po zmene a zlepšení podmienok. Myslím tým možnosť cestovať bez zvláštnych politických povolení a bez cenzúry pri publikovaní. Hneď sme sa dohodli na ďalšom stretnutí na konferencii v Maďarsku. Práve táto konferencia bola v mojom živote veľkým predelom. Išlo o konferenciu zameranú na intuitívnu geometriu v Szegede na jeseň v roku 1991. Moje vystúpenie v Szegede bolo na tému *Convex 3-polytopes with constant edge weight*, a malo veľmi pozitívny ohlas. Po konferencii nasledovali pozvané prednášky nielen v Československu, ale aj v Poľsku. Od prof. Josepha Zaksa z Haify som dostal pozvánku na geometrickú konferenciu do Nasholimu v Izraeli v marci 1992. Konferencie sa zúčastnil aj prof. Walther spolu s prof. Harantom z Nemecka. Tam sme sa dohodli na spoločnom organizovaní konferencie *Cycles and Colourings* na Slovensku. Do Izraela som sa vrátil ešte v roku 2004, keď som bol pozvaný prof. Zaksom na konferenciu venovanú 75. narodeninám prof. Branka Grünbauma. Keď som sa opýtal, prečo pozval práve mňa, veď existuje oveľa viac významnejších matematikov pracujúcich v geometrie a teórii grafov v Rusku a aj vo Východnej Európe, jeho odpoveď ma prekvapila: „Vieš, ja som chcel ukázať Američanom, a tým zo Západnej Európy, že aj vo Východnej Európe je niekto, kto pozná veľmi dobre Grünbaumovu prácu“.

2. Ktorá z vedeckých konferencií na Vás najviac zapôsobila? Ako vás to ovplyvnilo?

Určite nezabudnuteľnou konferenciou bola pre mňa vyššie spomínaná v roku 1991 v maďarskom meste Szeged. Bolo to tesne po revolúcií, keď sa pomery trochu uvoľnili a na konferenciu mohli prísť mnohí matematici aj zo Západu a Izraela. Najprv tomu predchádzalo, rozdelenie oblasti vedeckého bádania v našej vedeckej skupine prof. Jucovičom medzi mňa, Mariána Trenklera a Mirka Horňáka. Ja som dostal oblasť geometrie. Keďže chceli zo mňa urobiť geometra, tak som sa rozhodol, že si nájdem nejakú konferenciu z tejto oblasti, na ktorú by som išiel. Prostredníctvom niekdajších kontaktov, a najmä vďaka prof. Lovászovi, som sa dozvedel a získal pozvanie na uvedenú konferenciu. Zahraniční kolegovia, pracujúci v intuitívnej geometrii (v nej boli maďarskí geometri v minulosti veľmi dobrí) každoročne usporádávajú medzinárodné matematické konferencie. Pani prodekanka našej fakulty mi pomohla cestu finančne zabezpečiť. Moja prihlásená prednáška

mala byť niekedy poobede a keď som do posluchárne prišiel, s nejakým časovým predstihom, všetko prebiehalo v poriadku. Zrazu sa začala prednášková hala zaplňovať a nakoniec bola úplne plná. Všetci pozerali na neznámeho matematika zo Slovenska. Konferencie sa zúčastnilo mnoho známych a významných matematikov z celého sveta, z Maďarska, Nemecka, USA, Poľska, Izraela. Medzi nimi bolo asi päť – šesť geometrov (J. Zaks, E. Blind, U. Brehm, G. Brinkmann, M. Lasak), s ktorými som si písal ešte za predchádzajúceho režimu, a niekoľko ďalších známych mien (Paul Erdős, H. de Fraysseix, P. O. Mendez, J. Pach, R. Schneider). Po prednáške sa rozprúdila zaujímavá a bohatá diskusia. Bolo veľmi veľa otázok. Pýtali sa ma na rôzne podrobnosti. Bol som veľmi šťastný, lebo prednáška mala veľký úspech. Úspech prednášky ma utvrdil, že to čo robím, robím asi veľmi dobre a je to zaujímavé.

3. **Získali ste množstvo ocenení „Veľkú medailu Sv. Gorazda“, „Zlatú medailu PF UPJŠ aj UPJŠ“, „strieborná plaketa Jura Hronca“, naposledy v roku 2018 čestný doktorát Dr. h. c. Technische Universität Ilmenau v Nemecku a mnohé iné. Ktoré z ocenení si najviac vážite?**

Je veľmi ťažké vybrať niečo konkrétne. Všetky ma potešili. Nevyzdvihoval by som žiadne z ocenení, ale vďaka Pánu Bohu, že si niekto všimol, že mám výsledky. Povedal by som, že je to 5 minút slávy, keď si človek uvedomuje, že niečo významné dosiahol. Väčšinou som sa potešil v kruhu rodiny a spolupracovníkov, ale potom opäť prišli každodenné starosti a kopec nevyriešených úloh, do ktorých sa bolo treba pustiť. Ja som si na oceneniach a sláve nikdy nezakladal a určite by som hociktoré z ocenení vymenil za vyriešenie ďalšieho problému. Ak by som spomenul svoje začiatky, tak po prvých dvoch článkoch, ktoré sme spolu publikovali s prof. Jucovičom, som objavil ďalší pekný výsledok. Hotovú prácu som poslal prof. B. Grünbaumovi. Výsledok sa mu zapáčil tak, že sa o ňom rozhodol rozprávať v jeho geometrickom seminári. Prednášku nazval „*Face-vectors of 3-valent polyhedra – from Eberhard to Jendrol’*“, (*O stenových vektoroch 3-valentných konvexných mnohostenoch -- od Eberharda po Jendrol’a*). Keď som sa o tom dozvedel, bola to pre mňa veľmi veľká pocta, že významný americký matematik považoval výsledky môjho výskumu za kľúčové pre teóriu o mnohostenoch.

Najcennejším ocenením sa mi zdá byť čestný doktorát Dr. h. c. z Nemecka, ktorým nemeckí spolupracovníci vyjadrili uznanie našej spoločnej práci.



Obrázok 10

Prof. Jendroľ preberá 23. 04. 2018 diplom o udelení Dr. h. c. od prof. T. Boehmeho. V pozadí stoja prof. P. Scharff (rektor TU Ilmenau) a prof. J. Harant.

Jedno z posledných ocenení som dostal pri príležitosti 60. výročia vzniku Univerzity Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach v roku 2019. Išlo o Pamätnú medailu univerzity UPJŠ. Bolo ňou ocenených deväť významných osobností, z toho traja bývali prezidenti SR. Ja som sa odovzdávania nezúčastnil, lebo v tom istom čase sa konala konferencia organizovaná mojim poľským priateľom prof. M. Borowieckim. Veľmi ma prosil prísť, že je to asi posledná ním organizovaná konferencia. Nuž som sa na konferenciu prihlásil a zaplatil potrebné poplatky. Tesne pred konferenciou som sa dozvedel o mojom ocenení, ktoré som vôbec nečakal. Bolo mi ťažké sa rozhodnúť, čomu dať prednosť. Nakoniec sa mi zdalo, že je lepšie naplniť ľudský rozmer môjho života a dať prednosť a vzdať úctu svojmu spolupracovníkovi.

4. Spomínali ste seminár, ktorý rozbehol prof. Jucovič a postupne sa pretransformoval do pravidelného Košického kombinatorického seminára. Vedeli by ste ho priblížiť a čo pre Vás znamenal?

Spomenul som, že kľúčovou osobou bol prof. Dr. Ernest Jucovič, DrSc. Ako študent som bol pri jeho zrode v roku 1968 spolu s mojim spolužiakom doc. Mariánom Trenklerom. Po skončení štúdia, keď som začal pracovať na PF UPJŠ, ma prof. Jucovič poveril, aby som prevzal organizačné veci ohľadom

seminára namiesto neho. Samozrejme, hlavnú jeho obsahovú náplň a pozvaných prednášateľov som s ním stále konzultoval. Seminár sa rozbiehal aj v spolupráci s Vysokou školou technickou v Košiciach (dnes TU Košice). V roku 1969 boli do seminára pozvaní Peter Mihók a Fero Olejník, obaja diplomanti prof. Jucoviča. Neskôr sa k semináru pridal Mirko Horňák. Seminár mal celokošickú pôsobnosť. Od začiatku v ňom pracovali doc. RNDr. Michal Bučko, CSc., doc. RNDr. Ján Ninčák, CSc. a doc. RNDr. Vasiľ Jacoš, CSc. z Vysokej školy technickej. Neskôr sa pridal aj doc. Jaroslav Ivančo.

Svoju medzinárodnú reputáciu získal KOKOS vďaka prof. Ernestovi Jucovičovi, ktorý už v čase vzniku mal veľmi dobre kontakty na východnemeckú univerzitu Technische Universität Ilmenau (s prof. Horstom Sachsom), ale aj významnú maďarskú univerzitu Eötvös Loránd Tudományegyetem (ELTE Budapešť, prof. Kertesi, prof. Erdős). Veľmi dobré kontakty mal prof. Jucovič aj s pražskými kolegami z MÚ ČSAV prof. M. Fiedlerom, prof. J. Sedláčkom, RNDr. Ivanom Havlom a ďalšími pioniermi českej teórie grafov. Na každom z týchto pracovísk sa robil špičkový svetový výskum z oblasti teórie grafov a diskretnej geometrie. Z týchto pracovísk prichádzali na seminár významní matematici, samozrejme aj kopec ďalších spolu s mladými vedcami a doktorandmi.

KOKOS je obsahovo zameraný na štúdium rôznych problémov z teórie grafov (topologická teória grafov, farebnosť grafov, cykly v grafoch, ohodnotenia grafov, ...), intuitívnej geometrie, kombinatorickej teórie konvexných mnohostenov, aplikácií teórie grafov (v chémii a v informatike), grafových algoritmov, kombinatorickej optimalizácie a z ďalších živých oblastí diskretnej matematiky. V súčasnosti je KOKOS garantom kvality medzinárodne etablovanej konferencie Cycles and Colourings. Pri práci v KOKOS-e vyrástlo viacero osobností košickej matematiky.

5. **Viem, že zahraničné pobyty boli v časoch železnej opony boli veľmi ťažko uskutočniteľné. Vám sa predsa podarilo uskutočniť v roku 1988 päťmesačný pobyt v USA. Ako sa Vám to podarilo a čo Vám tento pobyt priniesol pre Váš vedecký rast?**

Dostal som sa tam zaujímavým spôsobom. Bol to môj prvý pobyt na Západe. O jeho možnosti som sa dozvedel prostredníctvom Petra Mihóka, ktorý ma prehováral, aby som sa prihlásil. Išlo o americký program International Research and Exchange Board (IREX), ktorý podporoval v rokoch 1986-88 individuálny, ale aj spoločný výskum medzi na jednej strane Amerikou (USA) a Sovietmi alebo východnou Európou na strane druhej. Mal som určitú

obavu, aj kvôli politickej situácii, ale aj jazykovej bariére. Vtedy mi veľmi pomohol Peter Mihók, ktorý bol prodekanom. Argumentoval, že ja som najvhodnejší kandidát, lebo mám veľmi dobre rozbehnutý ucelený výskum a mohol by som byť vďaka tomu pripravený získať veľký doktorát. Nakoniec sa podarilo, dostal som sa medzi kandidátov. Z Československa si americká strana vybrala piatich uchádzačov zo Slovenska a štyroch z Čiech z rôznych oblastí. Na moje veľké prekvapenie som bol jedným z nich. Ešte pred odchodom boli politické previerky, ale ja som bol úplne v pohode, keď som preverujúcim vravel: „Ak ma nepustíte, tak nepôjdem, aspoň mi spadne kameň zo srdca.“ Do žiadosti som písal aj moje písomné kontakty a eventuálne pracoviská, kde by som mohol pôsobiť. Boli to tri univerzity: univerzita v Davise v Kalifornii (University of California in Davis, kde pracoval prof. David W. Barnette), v Seattle v štáte Washington (University of Washington in Seattle, tam pôsobil prof. Branko Grünbaum) a v New Yorku (York College, City University of New York in New York; tam bol prof. Joseph Malkevitch). Všade ma ochotne a milo prijali. Išlo o výskumné pobyty, ktoré som začal najprv štvortýždňovou jazykovou prípravou na východnom pobreží USA na univerzite Brown University of Providence. Prvé tri týždne to bol klasický intenzívny kurz a potom nasledovali praktické skúšky po dvojiciach. Jedna dvojica mala ísť na poštu poslať balík, ale nebolo to len obyčajné poslanie balíka, ale vždy tam bola nejaká zápleтка, napr. bolo potrebné nájsť niečo na zabalenie balíka, zistiť adresu, podobne nasledujúci deň bola návšteva zoologickej záhrady, ďalší deň vyčistiť a vyprať bielizeň. Následne sme museli porozprávať ako sa nám darilo. Boli to praktické úlohy, ktoré mi veľmi pomohli zdokonaľiť sa hlavne v hovorenej angličtine. Mojim prvým pôsobiskom bola University of California v Davise u prof. Barnetta. Rád si spomínam na svoju druhú zástávku, na University of Washington v Seattle u prof. Grünbauma. Hneď po príchode profesor mi dal do ruky štyri separáty. Jeden z nich bol o autodualných mnohostenoch. V ňom bola sformulovaná hypotéza, že každý autodualný mnohosten má autodualitu, ktorej opätovné použitie dáva identitu. Zdalo sa, že by sa to malo dať dokázať. Ja som za štyri dni našiel kontrapríklad, ktorý nemá takú autodualitu. Jednoducho povedané, že dualita duality nemusí byť vždy identita. Bol to úspech a pán profesor ma hneď predstavoval ďalším kolegom a na moje prekvapenie som dostal aj svoju vlastnú pracovňu, čo bolo pre mňa veľkým ocenením. K tomu som dostal kľúč od knižnice a budovy, aby som mohol v ktorúkoľvek hodinu prísť a nerušene pracovať.

Čo mi dal pobyt po osobnostnej stránke? Ja som bol obyčajný dedinský chlapec a aj môj šéf prof. Jucovič bol prísny, a preto som bol v tom čase dosť zakríknutý. Počas pobytu v USA mi narástlo sebavedomie a odvaha ísť vlastnou cestou a spoliehať sa na svoje vlastné sily. Inými slovami, všimli si ma veľké matematické osobnosti, ktoré si nesmierne vážim. Dodnes mám odložené niektoré poznámky, ktoré som počas pobytu rozpracoval do niekoľkých prác a prof. Grünbaum mi napísal k nim poznámky. Akosi som na nich zabudol a našiel som ich až nedávno, keď som robil poriadok v pracovni.

6. Vedeli by ste laicky priblížiť svoju oblasť výskumného pôsobenia? Ktorý výsledok si najviac ceníte? Čo vás baví na matematike?

Oblasť, v ktorej pôsobím, teória grafov a intuitívna geometria, je súčasťou Diskrétnej matematiky. Je neodmysliteľnou súčasťou dnešnej teoretickej informatiky s aplikáciami v IT technológiách. Ak by som to trochu odbornejšie popísal, tak ide o charakterizáciu stenovej a vrcholovej štruktúry konvexných mnohostenov a polyedrálnych máp. Podarilo sa mi zostrojiť prvý známy príklad konvexného mnohostena s neinvolučnou autodualitou², ktorý som publikoval v práci [22].

Podarilo sa nám objaviť, v spolupráci s I. Fabricim, M. Macekovou, T. Madarasom, M. Tuhárskym, R. Sotákom a zahraničnými kolegami J. Harantom, H. J. Vosom, H. Waltherom, fundamentálne poznatky o štruktúre rovinných grafov a grafov vnorených do dvojrozmerných plôch. Týmto sme položili základy teórie ľahkých grafov, ktorá je v súčasnosti intenzívne rozvíjaná na viacerých



Obrázok 11
Jendroľov mnohosten

pracoviskách vo svete. Podarilo sa nám vyriešiť, v spolupráci s I. Schiermeyerom, problém P. Erdősa o minimálnej váhe hrany v grafoch s predpísaným počtom vrcholov a hrán. V ostatných rokoch sa nám darí, spolu s mojimi žiakmi a priateľmi, rozvíjať teóriu zafarbení rovinných grafov, majúcich pred-

² Pozn. redaktora: Vďaka prof. Grünbaumovi sa dnes tento mnohosten nazýva Jendroľov mnohosten (Obrázok 11).

písané špecifické vlastnosti na stenách grafov. Úspešne sme, spolu s M. Bačom, M. Miller a J. Ryanom (ostatní dvaja z Austrálie) rozbehli štúdium totálnych iregulárnych ohodnotení všeobecných grafov.

Ja si myslím, že objavujem len to, čo je Bohom dané. Ak by som to neobjavil ja, určite by to objavil niekto iný. Je to len otázka času a pohľadu. Párkrát sa mi stalo, že tú istú vec som objavil nezávisle na niekom inom. Niekedy som to urobil šikovnejším a zrozumiteľnejším spôsobom. Inokedy som dlhé mesiace trávil nad nejakým problémom a nedokázal som ho vyriešiť a odrazu len čítam, že už je to vyriešené. Matematiku považujem za podstatu prírody, za jazyk, ktorý dokáže tu podstatu vyjadriť. Mohol by som to demonštrovať na príklade. V roku 1996 získali Robert Curl, Sir Harold Kroto a Richard Smalley Nobelovu cenu v oblasti chémie za objav fullerénov, uhlíkových molekúl. Ide o sférické molekuly vytvorené z uhlíkových atómov s vysokou symetriou. Dnes majú veľkú aplikáciu najmä v oblasti nanotechnologicky využiteľných materiálov, kvôli tomu, že sú mimoriadne odolné voči fyzikálnym vplyvom. Ale podstatou toho je, že ešte predtým, ako boli vytvorené experimentálne, bola ich štruktúra predpovedaná matematikmi. Mne sa spolu s M. Trenklerom podarilo predpovedať, že v chémii môžu existovať molekuly s predpísanou geometrickou štruktúrou. Tie sa pomenovali fullerény a fulleroidy. Spolu s F. Kardošom sme ich presnejšie a hlbšie popísali. Dôsledky objavu fullerénov značne skvalitnili náš život a v súčasnosti majú takmer neobmedzené využitie v najmodernejších priemyselných technológiách a v medicíne. Môžem sa pochváliť tým, že moje teoretické práce z mladosti [1], [8], [13], [18] a [23] našli uplatnenie v chémii. Dnes, keď chemici potrebujú vedieť, či nejaká štruktúra existuje, pozerú sa do mojej práce a vidia, či je šanca uhlíkové molekuly istej chemickej štruktúry vytvoriť. Pre výskum v tejto oblasti som dlhšie mal veľký problém nájsť spolupracovníkov. Nakoniec sa našiel. Môj doktorand František Kardoš, veľmi nadaný matematik, v roku 1998 získal striebornú medailu na IMO, je dnes špičkovým svetovým expertom v oblasti matematickej (teoretickej) chémie. Ešte počas pobytu v USA som sa zoznámil u prof. Barnetta s jeho hypotézou: *Každý graf fullerénu je hamiltonovský*. Napísali sme s P. Owensom z Anglicka úvodnú prácu [35] k tejto téme. Ferko nedávno hypotézu dokázal.

Významní americkí fyzici v spolupráci s najvýznamnejšími svetovými vedcami sa rozhodli napísať encyklopédiu *Handbook of Nanophysics* a nás požiadali o vypracovanie kapitoly o fullerénoch a fulleroidoch do nej. Pozvanie sme prijali. Kapitola vyšla v diele (jednom zo siedmich dielov) *Clusters and Fullerenes (ISBN 9781138115101)*.

7. Čo sa vám, napriek vášmu úsiliu a snahe doteraz nepodarilo dosiahnuť? Na čom v súčasnosti pracujete?

Pre mňa je matematika obsahom aj náplňou mojej práce, ale je aj moje hobby, taká zábavka. Ako som spomínal, moja predstava je, že okolo nás je kopec nevyriešených záhad. Ja sa snažím tie záhady objaviť, objasniť, alebo vysvetliť prečo je to tak. To, nad čím sa už dlhšie zamýšľam, je dôkaz vety o štyroch farbách³ ručne. Existuje síce dôkaz, ktorý nekonečnosť možných máp zredukoval na približne 1482 konfigurácii a následne sa to skontrolovalo pomocou počítača. V tejto oblasti sme celkom úspešný kolektív. Vyvinuli sme teóriu ľahkých grafov a výrazne sme prispeli do teórie zafarbení rovinných grafov. Snahou je pomocou štruktúry ľahkých grafov spoznať štruktúru rovinných grafov tak dobre, aby sme vedeli čo musí v nich byť, aby sa dal tento farebný problém vyriešiť. V teórii farebných grafov študujeme také problémy, pre ktoré je problém štyroch farieb špeciálny prípad. Pevne verím, že raz príde ten moment, keď sa to podarí.

8. To čo Vás viedlo k matematike ste povedali, ale prečo ste ostali vyučovať matematiku na univerzite a nešli ste pracovať do Matematického ústavu SAV?

Ja som nikdy nešpekuloval. Môj život bežal a aj beží tak prirodzene. Počúval som svoj vnútorný kompas. Dostal som ponuku ostať pracovať na mojej alma mater. Ja som ju prijal. Zdala sa mi to ako odmena. Bolo to také prirodzené. Ostať a pôsobiť na univerzite bolo pre mňa niečo neskutočné. Neskôr prišli aj iné ponuky, ale akosi moje srdce priľnulo k tejto univerzite. Tak som vždy ponukám odolal. Mal som a mám túto prácu rád. A mal som stále okolo seba aj prajných kolegov a mne vyhovujúce pracovné podmienky. Musím povedať, že som čiastočne pôsobil aj na MÚ SAV, ale mal som pocit, že tam človek zakrpatieva. Predsa len študenti sú sprestrením a obohatením učiteľa. Či chceme alebo nie, študent, ktorý ma záujem o matematiku, sa vás veľa pýta a kladie zvedavé otázky, ktoré by vás nenapadli. Tým vám otvára obzory, ktoré by ste ináč nevideli.

³ Poznámka redaktora: Uvedený problém by sme mohli formulovať nasledovne. Stačia štyri farby na zafarbenie ľubovoľnej politickej mapy (zafarbenie vrcholov rovinného grafu) tak, aby žiadne dva susediace štáty neboli zafarbené tou istou farbou? Za susedné štáty sú považované tie, ktoré majú spoločnú hranicu nenulovej dĺžky.

9. **UŽ 50 rokov pôsobíte na univerzite a dennodenne sa stretávate so študentami. Hovorí sa, že matematická úroveň študentov sa s časom znižuje. Tiež to tak vnímate?**

Musím povedať, že veľkým nešťastím a katastrofou pre Slovensko bola reforma školstva za ministra školstva prof. Jána Mikolaja v rokoch 2006-2010. Vtedy došlo k výraznej redukcii počtu vyučovacích hodín matematiky aj iných prírodovedných predmetov na základných a stredných školách. Dôsledkom toho najprv bolo, že rovnaké kvantum učiva bolo potrebné zvládnuť v oveľa kratšom čase. Preto učitelia nedokázali ponúknuť žiakom, študentom, dostatočný čas na objavovanie a rozmyšľanie na hodinách matematiky. Možno pre niektorých politikov je lepšie, ak odučia ľudí rozmyšľať. Neskôr sa učivo zásadne zredukovalo. Tak sa stalo, že objem vedomostí, ktoré vyžadujeme od detí na ZŠ a SŠ je podstatne nižší ako predtým. Teraz študenti prichádzajú na vysoké školy slabšie pripravení než v nedávnej minulosti. Preto sa musí v prvých ročníkoch robiť doučovanie na úroveň vedomostí, ktoré boli predtým bežné pre absolventov gymnázií. Prednedávnom sme pripravovali obsah vedomostí, ktoré by mal mať budúci učiteľ matematiky pre strednú školu (gymnázium). S hrôzou sme zistili, že požadujeme od absolventov učiteľského štúdia to, čo bolo bežné pred 50 rokmi (keď som ja maturoval) pri absolvovaní gymnázia (alebo SVŠ).

Rozsah učiva z matematiky výrazne klesol, ale matematika má jednu dobrú zvláštnosť. Matematická kultúra a matematické myslenie či chápanie okolitého sveta môže byť vysvetlené aj na jednoduchších štruktúrach, na malých kúskoch, oblastiach a jej častiach. Nenaučíme absolventov objem vedomostí, teda veľkú hĺbku a šírku, ale to, čo ich môžeme naučiť, je matematická kultúra. To sa dá aj na elementárnych veciach. Napríklad doktorandi, s ktorými v poslednom čase prichádzam častejšie do kontaktu, sa po určitom čase pekne rozpracujú, vedia sa sústrediť na to podstatné, vedia, ako si klásť výskumné otázky a postupne nabierajú ďalšie a ďalšie vedomosti, aby zväčšili šírku toho, čo nedostali počas magisterského štúdia na vysokej škole. Myslím, že je veľká škoda nevyužívať potenciál študentov, ktorý bol a je rovnaký, teda sa nezmenil. Problém vidím v reformách, ktoré ten potenciál využívajú stále menej a menej, čoho dôsledkom je nielen nízka úroveň vedomostí z matematiky, ale aj menej kvalitné všeobecné vzdelanie žiakov a študentov.

10. **Čo ste si na učiteľoch, ktorí vás najviac ovplyvnili, najviac vážili? Aké vlastnosti by mal mať dobrý (kvalitný) učiteľ matematiky?**

Ja som vždy rad chodil do školy. Mal som šťastie na dobrých učiteľov, a to nielen učiteľov matematiky. Musím povedať, že všetci učitelia, ktorí ma učili, mali nás, žiakov, študentov radi. Ja si myslím, že nemusíme robiť žiadne veľké reformy. Stačí, aby učitelia s láskou pristupovali k odovzdávaniu vedomostí svojim žiakom či študentom. Nepamätám si, že by moji učitelia sa posmievali niekomu, alebo boli neobjektívni. Práve naopak, povzbudzovali nás, tešili sa z našich úspechov, úspechov svojich žiakov. Môj vzťah k mojim učiteľom sa neskončil ukončením štúdia. S niektorými udržiavam, alebo som udržiaval kontakt dlho po skončení štúdia. Skoro každý zanechal vo mne svoju stopu. Napríklad u prof. Jucoviča som obdivoval a cenil si jeho veľkú trpezlivosť. To, ako so mnou pracoval na našich prvých spoločných článkoch. Boli to hodiny a hodiny, keď so mnou trpezlivo sedel. Vďaka tomu som sa naučil formulovať jednotlivé myšlienky do matematických viet. Hľadal so mnou podstatu uvedených tvrdení. Podobných učiteľov bolo v mojom živote v podstate viac. Boli to učitelia matematiky, slovenčiny, dejepisu, zemepisu, fyziky, ... Ďalšiu vlastnosť, ktorú by som u svojich učiteľov vyzdvihol, bola láskavosť a prajnosť.

Je na veľkú škodu, že učiteľstvo dnes do značnej miery stratilo spoločenskú prestíž. Je výrazne podhodnotené. V školstve by mali pracovať tí najlepší, nielen po odbornej stránke, ale najmä po ľudskej, ktorí majú radi deti a nájdu si na nich vždy čas. Pomer mužov a žien medzi učiteľmi by mal byť jedna k jednej. Deti by mali mať v škole aj ženské aj mužské vzory. Bohužiaľ, dnes už to tak nie je. Medzi učiteľmi ostávajú často len tí, ktorí nemajú inú možnosť na sebarealizáciu. Tí najlepší a najschopnejší utekajú zo školstva preč, lebo nedokážu uživiť rodiny. Takto strácame osobnosti zo škôl. Viem, že existujú profesné združenia učiteľov, či matematikov, fyzikov, ktoré sa snažia oceňovať každoročne tých najvýznamnejších a vyťahujú sa dobré vzory. Ale aj spoločnosť by si mala vážiť tých, ktorí sú výnimoční a významným spôsobom pomáhajú vo vzdelávaní a výskume. Mám pocit, že to nie je priorita nielen spoločnosti, hoci je to často verbálne tvrdené opačne. Ani novinárov, ani masovokomunikačné a informačné prostriedky, to veľmi netrápi. Veľmi málo sa o tom rozpráva. Malo by sa to viac dávať do povedomia verejnosti. Postavenie učiteľa v dnešnej dobe veľmi trpí. Voľakedy učiteľ bol dušou dediny, či mestečka. Nielen vyučoval, ale trávil so žiakmi a aj ich rodičmi aj voľný čas, napr. nacvičovaním divadiel, kultúrnych programov, organizoval výlety, a to nehovorím o všelijakých záujmových krúžkoch. Veľmi

by som si prijal, aby sme výrazne zmenili svoj postoj k učiteľom a prinavrátili tomu povolaniu náležitú úctu a postavenie.

11. Aké sú vaše názory na vyučovanie matematiky (prípadne aj v historickom kontexte)? Ako odovzdať žiakom potešenie z matematiky?

Už som to spomínal, že nehľadajme za skvalitnením vyučovania matematiky ďalšiu reformu, nepomôže tomu. Je to všetko o ľuďoch, učiteľoch, keď žiak má dobrého učiteľa, ktorý má rád deti a predmet, ktorý vyučuje, malo by to stačiť. Veď, keď absolvent končí učiteľské vzdelávanie, nejaký objem vedomostí má. To, čo by mal k tomu pridať, je láska a trpezlivosť. O vyučovaní je napísaných veľa kníh, ale nič sa nevyrovná tomu, keď si človek vyskúša učiť. Uvidí, ako dieťa reaguje, či tomu rozumie, nerozumie. Dôležité je vzbudiť u detí záujem o daný predmet. Preto si myslím, že výchova budúcich učiteľov je veľmi dôležitá nielen po vedomostnej stránke, ale aj po osobnostnej. To, čomu prikladám najväčší význam je, aby budúci učiteľ mal v prvom rade rád odbor, ktorý bude učiť. Aby poznal krásy toho predmetu, aby vedel vysvetliť to pekné na ňom, vedel deti zaujať, povzbudiť. Ináč to asi nepôjde. Ak učiteľ je chladný a neprejavuje záujem o to, čo učí, nedokáže nadchnúť ani svojich žiakov. Vyučovacie hodiny sa zmenia na memorovanie určitých vedomostí, ktoré sa bude musieť žiak naučiť, ale bez vnútorného zážitku. Dieťa nezíska k tomu predmetu bližší vzťah, skôr možno až odpor.

12. Čím by bolo možné motivovať (presvedčiť) mladú generáciu pre hlbšie štúdium matematiky? Prečo sa časť dnešných žiakov neustále bojí matematiky, resp. ju dokonca nenávidia? Z čoho tento strach pramení? Zdá sa, že tento strach pretrváva až do súčasnosti – napriek tomu, že sa výrazne zmenšil rozsah i hĺbka požadovaných vedomostí z matematiky na ZŠ a SŠ.

Ťažko na túto otázku odpovedať. Mali by asi o matematike rozmýšľať, teda hľadať to pekné, čo sa v matematike dá nájsť. Nemyslím si, ako niektorí vravia, že človek na matematiku musí mať „bunky“. Myslím, že matematika na základných školách a možno aj na stredných školách sa dá zvládnuť aj všetkými bežnými žiakmi. Je síce pravda, že od určitej úrovne je potrebné už mať na matematiku nadanie/talent. Samozrejme, s nadaním to ide jednoduchšie. Ale, ako hovorí pekné slovenské príslovie, bez práce nie sú koláče. Porovnal by som to k spevákom. Spievať tak, ako Karel Gott, na to je určite potrebná veľká dávka talentu, ale to by nemalo brániť tomu, aby sa deti na základnej škole naučili spievať. A potom si spievali hoci aj falošne doma, vonku a nielen v škole. Veď ako by sme vychovali ďalších veľkých umelcov,

keby sme im nevštepovali určité základy hudby a spevu? Preto by mal každý človek ovládať a mať určité základy matematického vzdelania. Nemyslím len na logické myslenie, ktoré určite matematika rozvíja a dáva, ale aby sa vedeli správne rozhodovať v rôznych životných situáciách. Myslím, že tieto veci majú aj slovenskí didaktici veľmi dobre rozmyslené. Prof. Ondrej Šedivý, ktorý napísal celý rad učebníc matematiky, poukázal na to, že materiál, ktorý je v jeho učebniciach, by mal zvládnuť každý priemerný žiak, aby bol gramotný. Vtedy ho nedokážeme, keď vyrastie, „opiť rožkom“, napr. v banke, keď mu núkajú pôžičku s 10% úrokovou sadzbou. Vravia: veď to nie je veľa, to je len 10%. Teda, aby sa nerozhodoval človek len na základe pocitov a dojmov ale, aby si vedel reálne posúdiť, čo sa stane, keď sa zmení úroková sadzba, aký to bude mať dopad na jeho rozpočet, teda aby sa rozhodol na základe rozumu a matematických výpočtov. Dnes sa to nazýva kognitívne vlastnosti človeka, byť flexibilný, byť precízny, presný a logicky uvažujúci. Myslím si, že na malých dobre zvolených príkladoch a úlohách na základnej a strednej škole sa to dá naučiť. A je to potrebné aplikovať aj v iných odboroch, napr. v histórii. Je oveľa dôležitejšie učiť deti historické súvislosti, ktorá udalosť s ktorou súvisí a prečo, ako ich učiť len konkrétnu udalosť a dátumy. Prvé môže do budúcnosti viesť k tomu, aby rozmýšľali, ako ich konanie môže zmeniť život okolo nich, v druhom prípade to v budúcnosti bude mať malý vplyv na pochopenie, ako súvisí ich konanie s okolitým svetom. Je potrebné poznať príčinu a dôsledok udalosti, skutku, či povedaného slova. Vedieť, prečo to robím a ako to dopadne, môžu učitelia učiť deti každý deň.

Prečo ľudia majú strach z matematiky? Mám pocit, že je ľudsky prirodzené mať strach z neznámeho. Ja mám tiež strach letieť na neznáme miesta. Neviem, čo ma tam môže čakať, ako to dopadne. Preto si o tej krajine a mieste vždy predtým niečo prečítam, pozriem obrázky. Strach z matematiky často spôsobujú aj niektorí významní ľudia, herci, umelci, politici, podnikatelia, ktorí sa chvália, že v škole im matematika nešla. Majú pocit, že je to ich výhoda, keď prepadli z matematiky. Problém však tkvie v tom, že asi nemali dobrých učiteľov matematiky, nevzbudili v nich záujem o krásu, objavovanie, ktoré v matematike je. Jednoducho klásť veľa otázok deťom prečo?, načo?, čo z toho bude? Dať dieťaťu známku 5 je veľmi jednoduché. V podstate urobíte z dieťaťa hlupáka. Ale je potrebný pravý opak. Ku mne prišiel kopec študentov, ktorí dosahovali obyčajný priemer a dnes sú z nich špičkoví odborníci, aj vedci - matematici. Mám pekný príklad: Jeden môj študent - chlapec skončil strednú hotelovú akadémiu, odbor kuchár-časník. Prišiel k nám študovať matematiku. V prvom roku bol veľmi slabučký, ledva

prechádzal od skúšky k skúške. Začiatkom štvrtého ročníka prišiel aj s kamarátom, ktorý bol veľmi dobrý v matematike, že by chceli pod mojim vedením písať diplomovú prácu. Na základe toho som sa rozhodol, tomu lepšiemu dať náročnejšiu tému, druhému, ktorého som považoval za slabšieho, som dal jednoduchšiu, ľahšiu tému. Práce však napísali práve naopak, mal som pocit, že vďaka tej práci sa v tom slabšom študentovi prebudil matematický talent. Dokonca jeho práca ho veľmi vysoko posunula, až tak, že po skončení vysokej školy nastúpil u nás na doktorandské štúdium. Ako doktorand dokázal samostatne riešiť aj komplikovanejšie úlohy. Počas štúdia odišiel na stáž do Nemecka. To mu veľmi pomohlo, lebo hneď po úspešnom ukončení doktorandského štúdia odišiel pracovať do zahraničnej firmy. Dnes je z neho úspešný manažér v jednej prestížnej nemeckej firme a náplňou jeho práce sú aplikácie matematiky.

13. Kam, podľa vás, sa uberá dnešná matematika ako veda a aké trendy sa prejavujú v slovenskej matematike?

Môžem hovoriť za svoj odbor. Slovenská diskretná matematika určite patrí k svetovej špičke. Dôkazom toho je, že pôvodnou Akreditačnou komisiou bolo na slovenských vysokých školách identifikovaných 54 špičkových vedeckých tímov, t. j. tímov, ktorých vedecké výsledky sú porovnateľné s najlepšími vo svete. Medzi nimi je šesť matematických. Tri spomedzi nich sú tímy z oblasti diskretnej matematiky. Sú to: naša košická skupina diskretnej matematiky (KOSDIM), bratislavská skupina okolo prof. RNDr. Martina Škovieru, PhD. (oni skôr „kurizujú“ s informatikou) a banskobystrická skupina okolo prof. RNDr. Romana Nedelu, DrSc. (ten, bohužiaľ, bol nútený odísť za hranice). Myslím si teda, že v oblasti teórie grafov držíme so svetom krok a patríme aj tam medzi najlepších. Momentálne máme na čom stavať aj do budúcnosti. Musím však povedať, že nie je to tak všade na Slovensku. Sú jednotlivci, ktorí miesto výskumu a vlastných výsledkov opisujú state od kolegov a vydávajú z toho monografie, aj keď ich na to upozorníme, nič sa ne deje. Dokonca získavajú akademické hodnosti. Ak pôjdeme týmto smerom a nič sa proti tomu neurobí, tak matematika (ale aj iné odbory) bude upadať. Druhým momentom je materiálna a finančná podpora vedy na Slovensku. Momentálne cítime jej veľký nedostatok, hoci niekedy mám pocit, že môže na to vplývať zlá alokácia prideľovania finančných prostriedkov; pri rozdeľovaní nie vždy platia pravidlá korektnosti.

14. Kde by mali, podľa vás, byť priority výučby matematiky? Bez akých matematických znalostí sa v živote nezaobídeme?

Školy, ktoré pripravujú budúcich učiteľov by mali niešť aj zodpovednosť za to, čo robia a ako vyzerá školstvo. Podobne, ako keď vedec napíše článok, urobí nejaký výskum, mal by niešť plnú zodpovednosť za výsledok. Aj učiteľ by mal niešť zodpovednosť za to, čo žiaka naučí a je jedno, na ktorom stupni vyučuje. Riadiace orgány základných a stredných škôl by nemali byť oddelené od škôl, ktoré budúcich učiteľov pripravujú. Nepáčia sa mi rôzne medzičlánky, ako napríklad Metodické pedagogické centrá. Myslím, že najväčším prínosom výučby matematiky je to, že deti si vďaka matematike výrazne formujú svoju osobnosť, napr. rozvíjaním logického a presného myslenia, trpezlivosti, cieľavedomosti. Prirovnal by som to k zdravému sedliackemu rozumu, teda rozmyšľaniu na základe skúseností, ktoré sa neskôr doplnia o určité základné vedomosti, poznatky, ktoré človek získa. A práve škola je tá, ktorá mu pomôže tieto poznatky a vedomosti rýchlejšie získať, roztriediť a do určitej miery zosumarizovať.

15. Aký je váš odkaz pre budúcich matematikov, učiteľov matematiky.

Majte radi svoj odbor a deti, ktoré učíte.

16. Bez akých matematických znalostí sa v živote nezaobídeme?

Je toho veľa. Mnoho z matematických znalostí je zahrnutých aj v dnešnom obsahu školskej matematiky. Len nie je dostatok časového priestoru, aby si deti tieto znalosti hlbšie osvojili. Napríklad strašiak dnešných detí - slovné úlohy. Tie nútia deti urobiť si analýzu situácie. Uvedomiť si, čo je pri úlohe podstatné a čo nie, čo je známe, a čo chceme poznať. Alebo iný príklad, na strednej škole na konštrukčných úlohách z geometrie sme sa učili, že riešenie má mať štyri časti: Rozbor, Konštrukcia, Dôkaz, Diskusia. Takmer každý deň sa človeku vyskytnú situácie, na riešenie ktorých sa perfektne hodí táto schéma. Ak máme nejaký problém, alebo niečo chceme podniknúť, je dobre si danú situáciu analyzovať, rozobrať. Potom pouvažovať, ako by som ju chcel riešiť. Skúsiť, či nemá viac riešení, či to moje je optimálne, či je najlacnejšie, či týmto svojim riešením niekomu neublížim. Týmto som chcel poukázať, že matematika to nie sú len počty a čísla. Už som spomenul, že dobre je vedieť počítať percentá, úroky, objemy, plochy. Ale dobre je vedieť aj základy logiky. Vedieť rozlíšiť, čo je predpoklad a čo je dôsledok alebo následok, vedieť odlíšiť podstatné od nepodstatného, vedieť zovšeobecniť, abstrahovať, porovnávať, porozumieť textu, a podobne. Sú o tom napísané

celé knihy. Taká populárna pred časom bola napríklad kniha o tom, ako geometria naučila človeka myslieť

17. Vy matematiku bezpochyby milujete a určite vám matematika prináša veľa pozitívnych emócií. Zažili ste v spojitosti s matematikou aj nejaké sklamania, resp. to, čo zvyčajne zaraďujeme k negatívnym emóciám?

Matematika je spoľahlivý kamarát. Je vnútorne krásna. Nezávislá od doby, politickej situácie ani od počasia. Naozaj som s ňou a pri nej prežil veľmi veľa krásnych chvíľ, najmä ak sa podaril pekný, jednoduchý dôkaz nového tvrdenia, či domnienky, ktorá dlho odolávala. Umožnila mi vidieť mnoho krajín, stretnúť mnoho múdrych a pritom skromných ľudí, získať nových priateľov.

Pokiaľ ide o sklamania, tak sa mi občas stalo, že napriek veľkému úsiliu sa mi nejaký dôkaz nepodaril. Najmä, ak to skončilo pri nejakej „drobnosti“. Viac sklamaní som však zažil pri publikovaní výsledkov. Občas som dostal veľmi arogantný posudok, občas mi oponent držal článok veľmi dlho a medzitým sa objavil dôkaz toho, čo som ja mal v článku, podozrivo podobný tomu môjmu. Stalo sa mi, a to aj opakovane, že nám vykradli nápad. Išlo o nasledovné: Doktorand dostal tému. Spolu sme pripravili článok. Poslali do tlače. Veľmi rýchlo bol akceptovaný na uverejnenie. Behom najbližších dvoch, troch mesiacov sa na ArXive objavilo niekoľko článkov, v ktorých bolo všetko, čo sme plánovali urobiť, spísať a uverejniť. Museli sme hľadať ďalšiu, novú tému. Našťastie matematika ich poskytuje požehnane.